UNIVERSITE SULTAN MOULAY SLIMANE Année universitaire 19/20
Ecole Supérieure de Technologie
Filière : Industrie Agroalimentaire
Fkih ben Salah

TD de Thermodynamique
Série n°4

Exercice 1 :

On se propose d'étudier le cycle à 4 temps développé par Ericsson. Ce cycle est parcouru par une masse constante d'air m = 58 g, considéré comme un **gaz parfait**. Ce système thermodynamique subit successivement les 4 transformations **réversibles** suivantes :

- Une **compression isotherme** de l'état A ($P_A = P_1$, V_A, $T_A = T_1$) vers l'état B ($P_B = P_2$, V_B, T_B).
- Un **échauffement isobare** de l'état B vers l'état C (P_C, V_C, $T_C = T_2$).
- Une **détente isotherme** de l'état C vers l'état D (P_D, V_D, T_D).
- Un **refroidissement isobare** de l'état D vers l'état A.

On donne les valeurs suivantes :

Constante des gaz parfaits : $R = 8.314\ J.K^{-1}.mol^{-1}$.
Capacité calorifique molaire à pression constante : $C_{p,m} = 7R/2$
Masse molaire de l'air: $M = 29\ g.mol^{-1}$.
Taux de compression : $x = P_2/P_1 = 5$.
Température au point C: $T_C = 1200$ K.
$V_A = 50\ \ell$, $P_1 = 10^5$ Pa.

1. Déterminer les valeurs numériques de P, V et T pour chacun des états A, B, C et D. On fera un tableau récapitulatif et on exprimera les résultats dans les unités SI.
2. Représenter le cycle dans le diagramme de Clapeyron.
3. Calculer les travaux et les quantités de chaleur échangés au cours des 4 transformations. Faire les applications numériques.
4. Donner la chaleur reçue ($Q_{reçue}$) et la chaleur cédée ($Q_{cédée}$) par l'air au cours du cycle. Donner le travail total échangé ainsi que la variation d'énergie interne totale. Conclure.
5. Pensez-vous que l'on pourrait utiliser cette machine thermique comme réfrigérateur, comme pompe à chaleur ou comme moteur thermique ?
6. Calculer le rendement ou l'efficacité de cette machine thermique.
7. Quel serait le rendement ou l'efficacité de cette machine thermique dans le cas où elle fonctionnait suivant un cycle de Carnot entre les deux sources de chaleur aux températures T_1 et T_2 ? Comparer à la valeur déjà trouvée. Commenter le résultat.
8. Afin de connaître la puissance de cette machine thermique, on a mesuré le débit massique de l'air. La valeur mesurée est : $D_m = 5.8$ kg/s. Sachant qu'un cycle utilise une masse m = 58 g, quel est le temps correspondant à un cycle. En déduire la puissance développée par cette machine thermique.

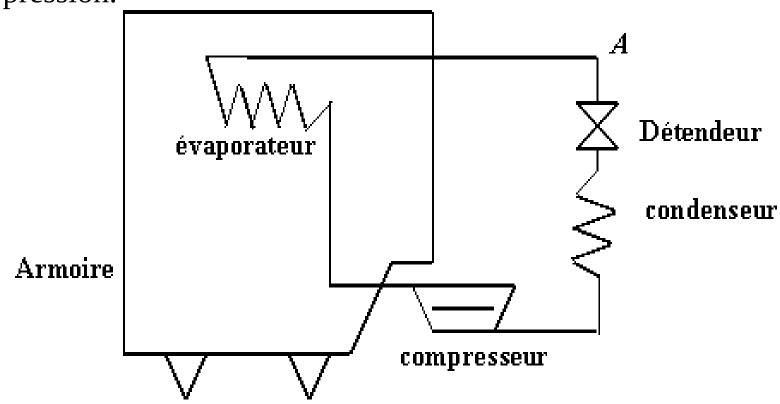
Exercice 2: Le cycle d'un turboréacteur à gaz parfait (n moles) est composé d'une compression **adiabatique AB**, d'une détente (chauffage) **isobare BC**, d'une détente

adiabatique CD et d'une compression (refroidissement) **isobare DA**. Toutes les transformations sont supposées réversibles.

1. Représenter le cycle des transformations dans le diagramme de Clapeyron $P = f(V)$.
2. Expliciter les quantités de chaleurs Q_{BC} et Q_{DA} en fonction de n, $C_{P,M}$ et des températures T_B, T_C, T_D et T_A. En déduire le travail total mis en jeu au cours du cycle (W_{Cycle}). Montrer si ce cycle est moteur ou récepteur (On rappelle que pour une transformation adiabatique: $T^{\gamma} P^{1-\gamma}$ = constante).
3. Exprimer le rendement ρ de ce cycle en fonction du rapport des pressions $x = P_B/P_A$ et du coefficient adiabatique γ (rapport des capacités calorifiques à pression et volume constants du gaz parfait), et calculer sa valeur numérique pour x = 8 et x = 20. On donne : γ = 1,4.

<u>Exercice 3</u>:

Dans un réfrégérateur à compression, un fluide effectue une succession de cycle perpétuels. En A le fluide (fréon) est liquide et il pénètre dans l'évaporateur où il se vaporise en reçevant Q_1 de l'enceinte à refroidir. Ses vapeurs sont ensuite comprimées dans le compresseur , où le fluide reçoit le travail W. En fin le fluide comprimé est mis en contact thermique thermique avec l'extérieur duquel il reçoit Q_2. En se refroidissant le fluide se condense d'où le nom de condenseur, avant de recommencer un autre cycle , le fluide traverse une vanne (détendeur) qui abaisse la pression.



a) Quels sont les signes de W, Q_1, Q_2 ?

Le fluide effectue un cycle de Carnot entre les deux sources aux températures 290 K et 400 K. Au cours d'un cycle la masse de fluide reçoit 5 KJ de la source froide.

b) Calculer le coefficient d'efficacité de cette machine.

c) Quelle énergie restitue-t-elle à la source chaude ?

<u>***Corrigé de la série 4***</u> ***Année universitaire 19/20***

<u>***Exercice1***</u>

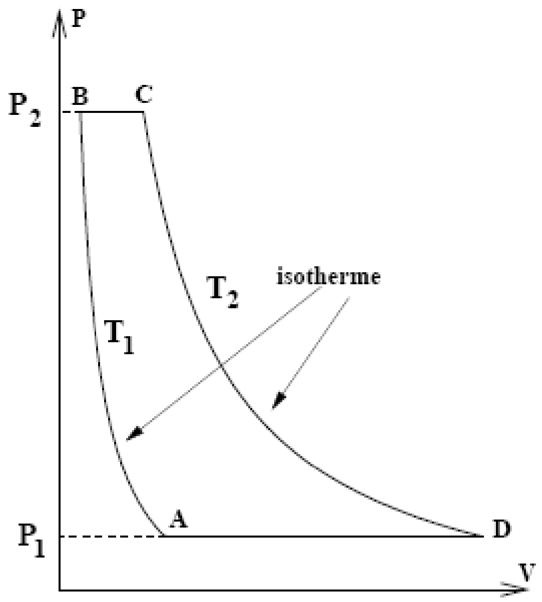
1. On commence par calculer le nombre de moles d'air présent dans le cycle :

$$n = \frac{m}{M} = \frac{58}{29} = 2 \ \ moles$$

En utilisant la loi des gaz parfaits, la propriété d'une transformation isotherme : PV = constante et la caractéristique d'une transformation isobare : V/T constante, on trouve facilement les variables d'état du gaz considéré :

	P(en Pa)	**V(en m³)**	**T(en K)**
A	10^5	50×10^{-3}	300.7
B	5×10^5	10×10^{-3}	300.7
C	5×10^5	40×10^{-3}	1200
D	10^5	200×10^{-3}	1200

2. Représentation du cycle dans le diagramme de Clapeyron:



3. Calcul des travaux échangés au cours des quatre transformations:

<u>***Transformation AB : isotherme réversible***</u>

$$\delta W_{AB} = -PdV = -nRT_1 \frac{dV}{V} \Rightarrow W_{AB} = -nRT_1 \ln\frac{V_B}{V_A}$$

L'utilisation de la loi de Joule et du premier principe nous indiquent que pour une transformation isotherme:

$$\Delta U_{AB} = 0 = W_{AB} + Q_{AB} \Rightarrow Q_{AB} = -W_{AB} = nRT_1 \ln\frac{V_B}{V_A}$$

Transformation BC : isobare réversible

$$\delta W_{BC} = -PdV = -P_2 dV \Rightarrow W_{BC} = -P_2(V_C - V_B)$$

$$\delta Q_{BC} = nC_{p,m}\, dT \Rightarrow Q_{BC} = \frac{7nR}{2}(T_2 - T_1)$$

Transformation CD : isotherme réversible

On procède comme pour la transformation AB :

$$W_{CD} = -nRT_2 \ln\frac{V_D}{V_C} \qquad Q_{CD} = -W_{CD} = nRT_2 \ln\frac{V_D}{V_C}$$

Transformation DA : isobare réversible

On procède comme pour la transformation BC :

$$W_{DA} = -P_1(V_A - V_D) \qquad Q_{DA} = \frac{7nR}{2}(T_1 - T_2)$$

Applications numériques

	A→B	**B→C**	**C→D**	**D→A**
W (en Joules)	+8047	–15000	–32111	+15000
Q (en Joules)	–8047	+52337	+32111	–52737

4. $Q_{reçue}$ = somme des quantités de chaleurs positives = $Q_{BC}+Q_{CD}$= +84448 J
$Q_{cédée}$ = somme des quantités de chaleurs négatives = $Q_{AB}+Q_{DA}$= –60384 J
$W_{total} = W_{AB} + W_{BC} + W_{CD} + W_{DA}$ = –24064 J
$\Delta U_{cycle} = W_{total} + Q_{reçue} + Q_{cédée}$ = 0 J

On vérifie que ΔU_{cycle} = 0 J; ce qui est attendu car U est une fonction d'état : sa variation sur un cycle est nulle.

5. Le travail total au cours du cycle est négatif ($W_{total} < 0$). Il s'agit d'un moteur thermique.

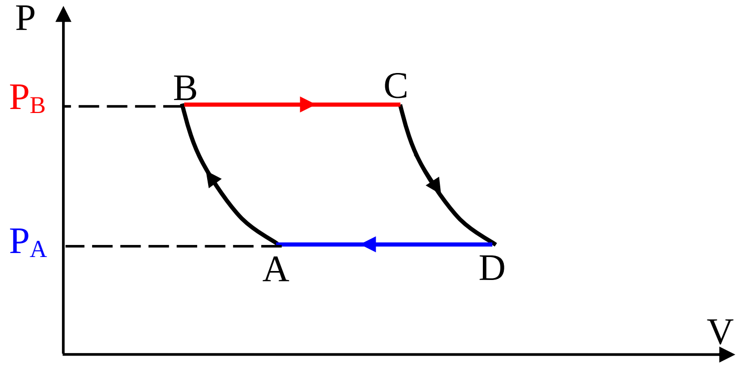
6. Le rendement de ce cycle moteur est: $\eta = \frac{-W_{total}}{Q_{reçue}} = \frac{24064}{84448} = 0.285$ (ou 28.5 %).

7. Dans le cas d'un cycle de Carnot fonctionnant entre les deux sources de chaleur aux températures T_1 et T_2, le rendement est $\eta_{Carnot} = 1 - \frac{T_1}{T_2} = 1 - \frac{300.7}{1200} = 0.749$ (ou 74.9 %). Cette valeur est supérieure à celle déjà trouvée. Ceci vérifie bien que le cycle de Carnot est un cycle idéal qui présente un rendement maximal.

8. Si le débit massique d'air est : D_m = 5.8 kg.s^{-1}, sachant que la masse d'air circulant dans le cycle est m = 58 g = 58×10^{-3} kg, cela veut dire que la durée d'un cycle est : $\Delta t = m/ D_m$ = 0.01 s.
Le travail fourni pendant un cycle est W_{total} = +24064 J, on a donc une puissance : Puissance = $W_{total}/\Delta t$ = 2.4×10^6 W.

Exercice 2 :

1. Représentation du cycle dans le diagramme de Clapeyron P = f(V).



2. Quantités de chaleurs échangées:

Transformations isobares BC et DA:

$$Q_{BC} = \int_{BC} nC_{p,m}dT + hdP = nC_{p,m}\int_{T_B}^{T_C} dT = nC_{p,m}(T_C - T_B)$$

$$Q_{DA} = \int_{DA} nC_{p,m}dT + hdP = nC_{p,m}\int_{T_D}^{T_A} dT = nC_{p,m}(T_A - T_D)$$

Le travail total échangé au cours du cycle se déduit par application du premier principe:

$$\Delta U_{Cycle} = W_{Cycle} + Q_{BC} + Q_{DA} = 0$$

$$\Rightarrow W_{Cycle} = -(Q_{BC} + Q_{DA}) = nC_{p,m}(T_B + T_D - T_C - T_A)$$

- La transformation AB est adiabatique : $T_A^{\gamma} P_A^{1-\gamma} = T_B^{\gamma} P_B^{1-\gamma} \Rightarrow T_A = T_B\left(\dfrac{P_B}{P_A}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$

- La transformation CD est adiabatique : $T_C^{\gamma} P_C^{1-\gamma} = T_D^{\gamma} P_D^{1-\gamma} \Rightarrow T_D = T_C\left(\dfrac{P_C}{P_D}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$

$$\Rightarrow W_{Cycle} = nC_{P,M}\left(T_B + T_C\left(\frac{P_B}{P_A}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} - T_C - T_B\left(\frac{P_B}{P_A}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}\right)$$

$$\Rightarrow W_{Cycle} = nC_{P,M} \times \left(T_B\left(1-\left(\frac{P_B}{P_A}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}\right) - T_C\left(1-\left(\frac{P_B}{P_A}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}\right)\right)$$

$$\Rightarrow W_{Cycle} = nC_{P,M} \times \underbrace{\left(1-\left(\frac{P_B}{P_A}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}\right)}_{>0} \times \underbrace{(T_B - T_C)}_{<0} < 0$$

Le travail du cycle est négatif. Il s'agit donc d'un cycle moteur. On peut affirmer aussi à partir de la représentation graphique du cycle qu'il s'agit d'un cycle moteur puisqu'il est décrit dans le sens horaire.

1. Le rendement du cycle est défini par:

- $\rho = \dfrac{-W_{Cycle}}{Q>0} = \dfrac{-W_{Cycle}}{Q_{BC}} = 1 - \dfrac{T_A - T_D}{T_B - T_C}$
-
- $\dfrac{T_A}{T_B} = \dfrac{T_D}{T_C} = \dfrac{T_A - T_D}{T_B - T_C} = \left(\dfrac{P_B}{P_A}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = x^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$
- $\boxed{\rho = 1 - x^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}}$
- **A. N.**
- Pour x = 8 $\quad \rho = 1 - 8^{\frac{-0.4}{1.4}} = 0{,}4479$
- Pour x = 20 $\quad \rho = 1 - 20^{\frac{-0.4}{1.4}} = 0{,}5751$

Exercice 3 :

- Signes de W, Q_1 et Q_2

Dans l'évaporateur le fluide (fréon) s'évapore, il reçoit donc Q_1 de la source froide ($Q1>0$). Ces vapeurs sont ensuite comprimées au niveau du compresseur, le fluide reçoit W du milieu extérieur ($W>0$) et enfin ces vapeurs vont se refroidir au niveau du condenseur donc le fluide cède Q_2 au milieu extérieur ($Q_2<0$).

- $T_1 = 290$ K et $T_2 = 400$ K

Q_1=5 kJ, avec T_1 : Température de la source froide et T_2 : Température de la source chaude.

Le coefficient d'efficacité de la machine est donné par :

$$e = \frac{T_1}{T_2 - T_1} = \frac{290}{400 - 290} = 2{,}63$$

- On a d'après le premier principe
  $\Delta U = W + Q_1 + Q_2 = 0$ (comme le fluide décrit un cycle)

  $\Longrightarrow Q_2 = -W - Q_1$ or $\quad e = \frac{Q_1}{W} \Rightarrow W = \frac{Q_1}{e}$

  $d'o\text{ù } Q_2 = \dfrac{-Q_1}{e} - Q_1 = -Q_1\left(\dfrac{e+1}{e}\right)$

  AN : $Q_1 = -6{,}9\ kJ$

  Le système restitue de la chaleur à la source chaude