

# 5

## NIVELLEMENT DIRECT

### 1 NIVELLEMENT DIRECT ORDINAIRE

#### 1.1 Principe

Le **nivellement direct**, appelé aussi **nivellement géométrique**, consiste à déterminer la **dénivelée**  $\Delta H_{AB}$  entre deux points A et B à l'aide d'un appareil : le **niveau** (ci-contre un NAK20) et d'une échelle verticale appelée **mire**. Le niveau est constitué d'une optique de visée tournant autour d'un axe vertical (fig. 5.3.) : il définit donc un plan de visée horizontal (fig. 5.1.).



*NAK20 de Leica*

La mire est placée successivement sur les deux points. L'opérateur lit la valeur  $m_a$  sur la mire posée en A et la valeur  $m_b$  sur la mire posée en B. La différence des lectures sur mire est égale à la

dénivelée entre A et B. Cette dénivelée est une valeur algébrique dont le signe indique si B est plus haut ou plus bas que A (si  $\Delta H_{AB}$  est négative alors B est plus bas que A).

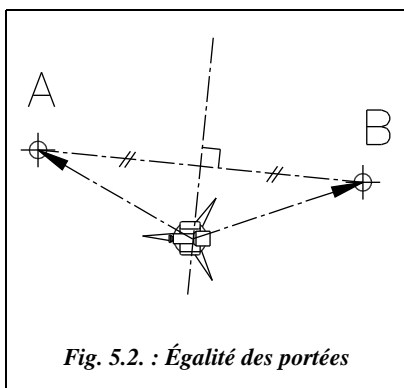
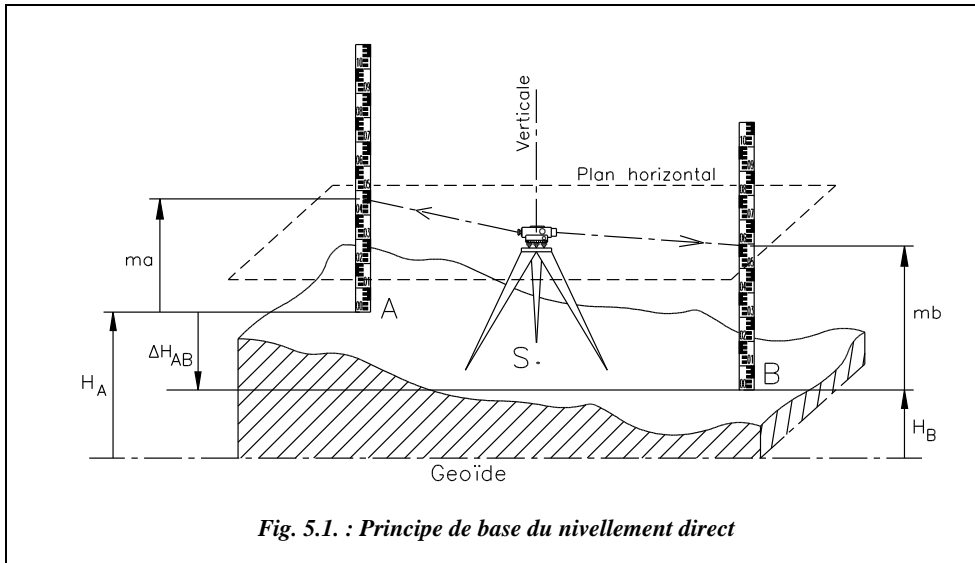
- la dénivelée de A vers B est :
- la dénivelée de B vers A est :

$$\Delta H_{AB} = m_a - m_b$$

$$\Delta H_{BA} = m_b - m_a$$

L'**altitude**  $H_A$  d'un point A est la distance comptée suivant la verticale qui le sépare du géoïde (surface de niveau 0, voir chapitre 2). Si l'altitude du point A est connue, on peut en déduire celle du point B par :

$$H_B = H_A + \Delta H_{AB}$$



#### Remarque

L'altitude est souvent notée  $Z$  au lieu de  $H$ . Attention aux éventuelles confusions avec les coordonnées géocentriques ( $X, Y, Z$ ).

La **portée** est la distance du niveau à la mire ; elle varie suivant le matériel et la précision cherchée, et doit être au maximum de 60 m en nivellement ordinaire et 35 m en nivellement de précision. Dans la mesure du possible, l'opérateur place le niveau à peu près à égale distance de A et de B (sur la médiatrice de AB, fig. 5.2) de manière à réaliser l'**égalité des portées** (voir § 1.2.7.3).

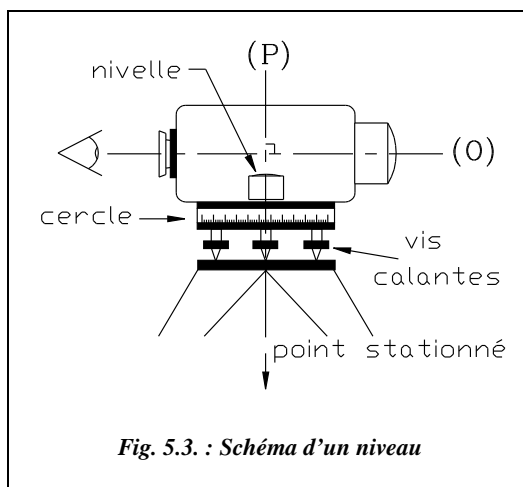
## 1.2 Le niveau

### 1.2.1 Principe de fonctionnement

Le niveau est schématiquement constitué d'une optique de visée (lunette d'**axe optique (O)**) tournant autour d'un axe vertical (appelé **axe principal (P)**) qui lui est perpendiculaire (fig. 5.3.). Le réglage de la verticalité de l'axe principal est fait au moyen d'une **nivelle sphérique**. L'axe optique tournant autour de l'axe principal décrit donc un plan horizontal passant par le **centre optique** du niveau qui est l'intersection des axes (P) et (O).

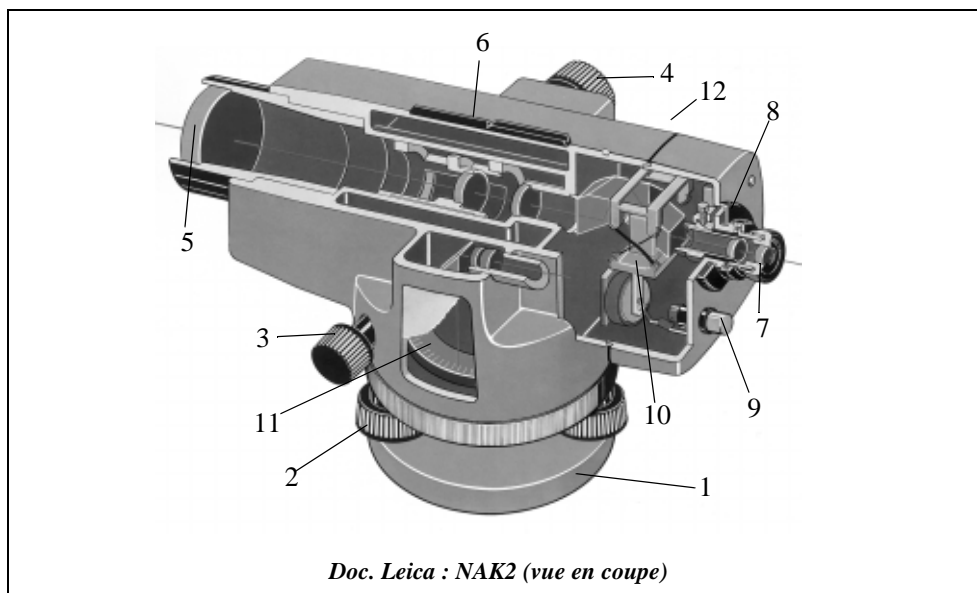
L'axe principal (P) peut être stationné à la verticale d'un point au moyen d'un fil à plomb, mais généralement le niveau est placé à un endroit quelconque entre les points A et B, si possible sur la médiatrice de AB (fig. 5.2.). Un niveau n'est donc pas muni d'un plomb optique comme un théodolite.

Certains appareils possèdent une graduation (ou **cercle horizontal**) qui permet de lire des angles horizontaux avec une précision médiocre, de l'ordre de  $\pm 0,25$  gon : ils ne sont utilisés que pour des implantations ou des levers grossiers.



Les **éléments constitutifs d'un niveau** sont les suivants :

- 1. Embase
- 2. Vis calantes (3 vis)
- 3. Rotation lente
- 4. Mise au point sur l'objet
- 5. Objectif
- 6. Viseur d'approche rapide
- 7. Oculaire
- 8. Anneau amovible
- 9. Contrôle de l'automatisme
- 10. Compensateur à pendule
- 11. Cercle horizontal (option sur le NA2)
- 12. Nivelles sphériques (invisible ici)

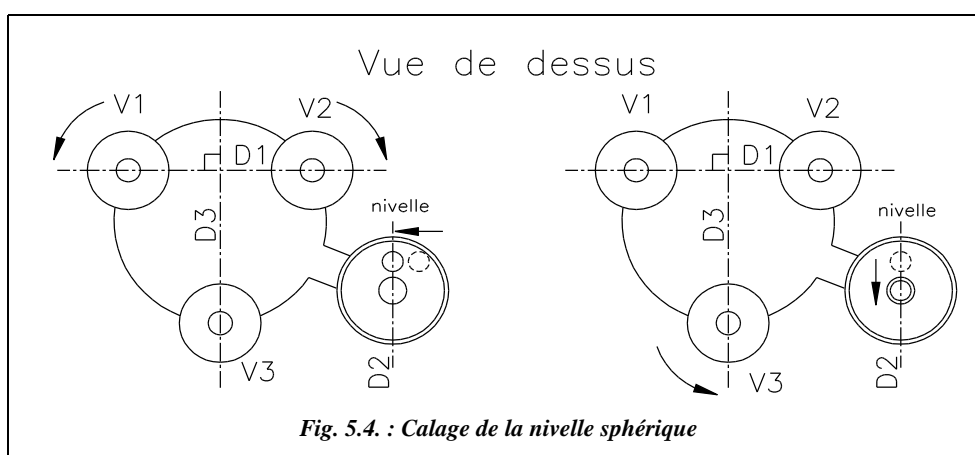


Pour déterminer précisément des dénivelées, l'appareil doit vérifier :

- la perpendicularité de (O) et (P) ;
- que le fil horizontal du réticule de visée est situé dans un plan perpendiculaire à l'axe principal (P) ;
- que l'axe optique (O) est parallèle à la directrice de la nivelle, si c'est une nivelle torique, ou que le plan décrit par l'axe optique (O) tournant autour de l'axe principal (P) est parallèle au plan dans lequel est inscrit le cercle de centrage de la bulle, si la nivelle est sphérique.

### 1.2.2 Mise en station d'un niveau

Le niveau n'étant pas (ou très rarement) stationné sur un point donné, le trépied est posé sur un point quelconque. L'opérateur doit reculer après avoir positionné le trépied afin de s'assurer de l'horizontalité du plateau supérieur. Lorsque le plateau est approximativement horizontal, l'opérateur y fixe le niveau.



Le calage de la **nivelle sphérique** se fait au moyen des vis calantes, comme indiqué sur la figure 5.4. : en agissant sur les deux vis calantes V1 et V2 (en les tournant en sens inverse l'une de l'autre), l'opérateur fait pivoter le corps du niveau autour de la droite D3. Il amène ainsi la bulle de la nivelle sur la droite D2 parallèle à D3. En agissant ensuite sur la vis calante V3, il fait pivoter le niveau autour de la droite D1 et centre ainsi la bulle dans le cercle de centrage de la nivelle sphérique.

Ce calage n'est pas très précis car la nivelle sphérique est d'une **sensibilité** relativement faible : par exemple, pour un NA20, la sensibilité de la nivelle sphérique est de  $8\frac{1}{2}$  mm soit une rotation angulaire de 15 cgon pour un déplacement de 2mm (voir chapitre 3, § 2.2). Une erreur de calage de la bulle de 0,2 mm entraînerait donc une erreur angulaire de  $\varepsilon = 1,5$  cgon.

La visée sur une mire placée à 35 m donne un écart  $e = 35 \cdot 10^3 \cdot \tan \varepsilon \approx 8$  mm sur la mire (voir fig. 5.5.). Nous verrons que les lectures sur mire sont appréciées au millimètre près : cette erreur due à l'imprécision de la nivelle est donc inacceptable.

En fait, sur un niveau moderne (dit « automatique »), le calage de la nivelle sphérique ne sert qu'à **approcher** l'axe principal de la verticale. L'horizontalité de la ligne de visée est ensuite calée plus finement par un **automatisme** qui ne fonctionne correctement que lorsque l'axe vertical est proche de la verticale (voir § 1.2.3).

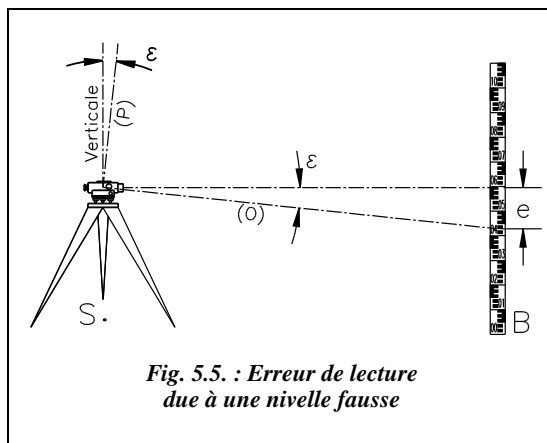


Fig. 5.5. : Erreur de lecture due à une nivelle fautive

Sur un niveau sans automatisme, une **nivelle torique** de directrice parallèle à l'axe optique permet un calage précis de la ligne de visée, mais elle doit être calée avant **chaque pointé** sur mire (voir N3 au paragraphe 3). Son calage et son réglage obéissent aux mêmes principes que les nivelles toriques des théodolites (voir chapitre 3, § 2.2).

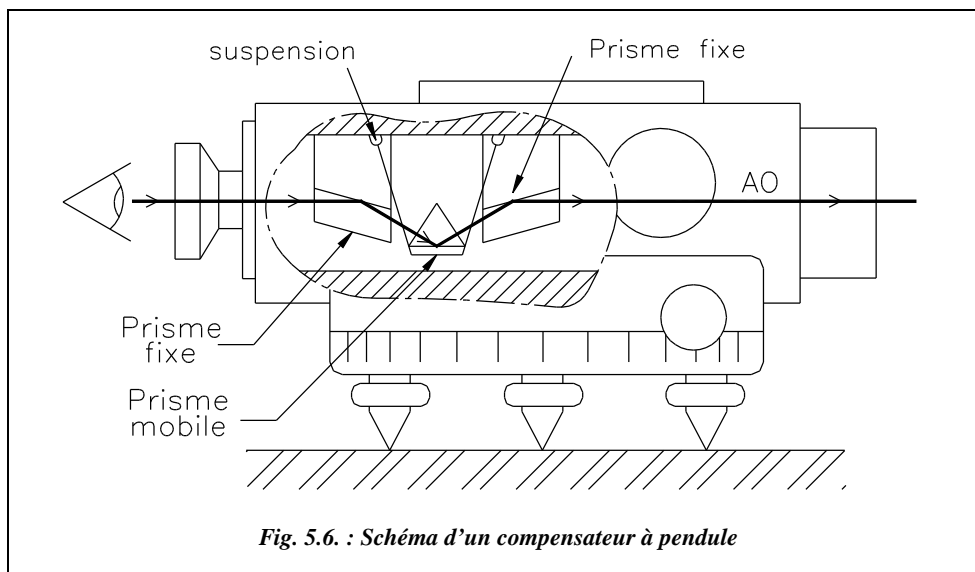
### 1.2.3 Le niveau automatique

Par abus de langage certains niveaux sont dits « automatiques » laissant croire que tout se passe sans intervention humaine.

Comme nous l'avons vu au paragraphe précédent, la nivelle sphérique permet un réglage d'approche de la verticalité de l'axe principal. Lorsque celui-ci est proche de la verticale (dans une certaine plage de débattement), l'axe optique est automatiquement positionné à l'horizontale par un **compensateur** qui, schématiquement, est un système mobile soumis à la pesanteur : sur la figure 5.6., le compensateur est composé de deux prismes fixes et d'un prisme mobile, libre d'osciller, suspendu à l'appareil par des fils. Sous l'action de la pesanteur, la rotation du prisme mobile assure l'horizontalité de la ligne de visée. Le compensateur peut aussi être basé sur l'équilibre d'un liquide, par exemple le mercure.

Le compensateur fonctionne dans une **plage de débattement** donnée : en dehors de cette plage, le mécanisme est en butée et ne remplit plus son rôle ; à l'intérieur de cette plage, le compensateur oscille librement. Cette plage est par exemple de  $30'$  ( $0,6\text{gon}$ ) pour un NA2, ce qui est supérieur à la sensibilité de la nivelle de manière à être certain que l'automatisme ne soit pas en butée.

La **précision de calage** obtenue par ce type d'appareil est excellente : par exemple  $\pm 0,3''$  ( $0,9 \text{ dmgon}$ ) pour un NA2 induit un écart de  $\pm 0,05$  mm sur la mire à 35 m.



Un **bouton de contrôle** (voir doc. Leica § 1.2.1), souvent appelé par erreur automatisme dans les documentations, permet de s'assurer du bon fonctionnement du compensateur. L'opérateur appuie sur ce bouton avant d'effectuer chaque visée, ce qui fait osciller le prisme mobile. Il peut ainsi s'assurer que l'image de la mire oscille librement et se stabilise rapidement. Ceci permet de contrôler que le niveau est toujours bien positionné avant chaque mesure. Pour qu'il soit utilisable, le compensateur doit avoir un temps d'oscillation très court; il est donc amorti de manière magnétique (aimant permanent), pneumatique, etc. Sur certains appareils, comme le NA820 ou le NA824 de Leica, ce bouton de contrôle est remplacé par un **voyant** intégré à l'optique de visée : on le voit donc en permanence pendant la visée ; il vire au rouge lorsque le compensateur est en dehors de la plage de fonctionnement.

La fiabilité, la facilité d'emploi et la précision des appareils dits « automatiques » font qu'ils s'imposent depuis quelques années comme matériel de base pour tous les types de nivellement.

#### 1.2.4 La lunette

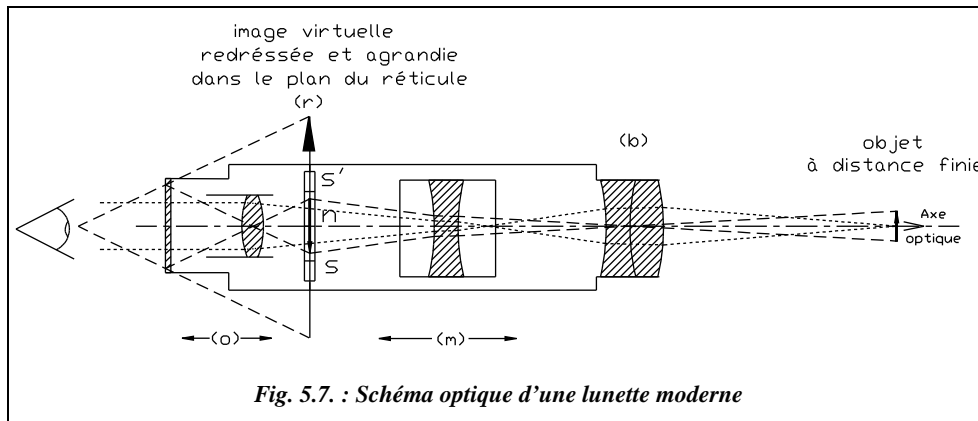
C'est une lunette du type « lunette astronomique » composée d'un **oculaire** (o), d'un **objectif** (b), d'un dispositif de **mise au point** (m) et d'un **réticule** (r), (fig. 5.7.).

Placé du côté de l'objet, l'**objectif** (b) est un système optique fixe convergent à grande distance focale qui fournit une image virtuelle renversée de l'objet visé. La mise au point est faite par une lentille divergente mobile (m).

Placé du côté de l'œil, l'**oculaire** (o) est un ensemble de lentilles, dont certaines sont mobiles, qui permet d'agrandir et de redresser l'image virtuelle de l'objet.

**Le réticule (r)** est une plaque de verre sur laquelle sont gravées des lignes définissant l'axe optique (fil niveleur (n) et fil vertical (v), fils stadimétriques (s') et (s), fig. 5.7. et 5.8.).

**L'axe optique** est la droite joignant la croisée des fils du réticule et le centre optique de l'objectif.



La lunette schématisée sur la figure 5.7. est une lunette à mise au point interne, technologie actuellement la plus courante dont l'avantage principal est une meilleure étanchéité.

Le schéma optique, simplifié, fait apparaître une première image de l'objet visé inversée et mise au point dans le plan du réticule par l'ensemble objectif (b) et lentille mobile (m). Cette image est ensuite redressée et agrandie par l'oculaire (o). La mise au point de l'oculaire est telle que l'observateur accommode ses yeux **à l'infini, position la plus reposante** pour une personne n'ayant pas de problèmes de vue. On conseille d'ailleurs souvent de garder les deux yeux ouverts lorsque l'on regarde dans une lunette de ce type.

**Le réglage de la netteté du réticule et de l'image** de l'objet visé se fait comme suit :

- 1- réglage de **l'oculaire** jusqu'à obtenir la netteté maximale sur les fils du réticule, l'objectif étant calé à l'infini ;
- 2- réglage de **l'objectif**: amener l'image de l'objet visé dans le plan du réticule. À la fin de ce deuxième réglage, l'image et le réticule doivent être nets. Affiner si nécessaire

Pour contrôler la qualité d'un réglage, l'opérateur peut, en déplaçant la tête devant l'objectif soit de gauche à droite soit de haut en bas, s'assurer qu'il n'y a pas de **parallaxe**. S'il y a du parallaxe, les fils semblent se déplacer par rapport à l'image puisque l'image n'est pas exactement dans le plan du réticule.

Les caractéristiques d'une lunette (voir tableau au paragraphe 1.4.) sont :

**Le grossissement G** est défini comme le rapport entre l'angle sous lequel on voit un objet à travers l'objectif et l'angle sous lequel il est vu à l'oeil nu. Il est approximativement égal au rapport des distances focales de l'oculaire et de l'objectif ( $G = F_{\text{objectif}} / f_{\text{oculaire}}$ ).

Par exemple, pour un télescope astronomique du type Newton, la distance focale du miroir étant de 1000 mm, la distance focale de l'oculaire étant de 8 mm, on obtient un grossissement de 125×, largement suffisant pour distinguer les anneaux de Saturne ou les satellites de Jupiter...

La **clarté** d'une lunette est le rapport entre l'éclairement obtenu à travers l'optique et celui obtenu à l'oeil nu. Plus le grossissement  $G$  est important, moins la lunette est claire.

Le **champ** est la partie de l'espace visible à travers la lunette. Plus le grossissement est important, plus l'angle de champ est petit. Un champ maximal est souhaitable pour le côté pratique de l'utilisation de l'instrument.

Le **pouvoir séparateur**, ou acuité visuelle, est l'angle minimal à partir duquel deux points peuvent être distingués. Le pouvoir séparateur de l'oeil humain est de l'ordre de 4 cgon (en visée monoculaire, voir chapitre 7, § 5.1.6). Pour une lunette de grossissement  $G$ , il est d'environ  $200/G$  dngon, par exemple, 10 dngon pour un grossissement  $G = 20$ .

Les **aberrations** de l'optique sont les différents défauts des lentilles et groupes de lentilles : sphéricité, astigmatisme, chromatisme, courbure de champ, volume de champ et distorsion. Ces défauts sont corrigés au mieux par la combinaison de plusieurs lentilles convergentes et divergentes composées de matériaux différents.

### 1.2.5 Lectures sur mire

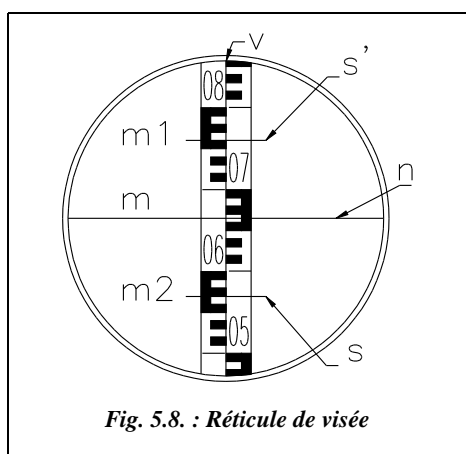


Fig. 5.8. : Réticule de visée

La mire est une échelle linéaire qui doit être tenue verticalement (elle comporte une nivelle sphérique) sur le point intervenant dans la dénivelée à mesurer. La précision de sa graduation et de son maintien en position verticale influent fortement sur la précision de la dénivelée mesurée.

La mire classique est généralement graduée en centimètre. La **chiffraison** est souvent en décimètre (fig. 5.8.).

Il existe des mires à graduation renversée pour les optiques ne redressant pas l'image (anciens modèles).

Le réticule d'un niveau est généralement constitué de quatre fils :

- le fil **stadimétrique supérieur** ( $s'$ ), qui donne une lecture  $m_1$  sur la mire ;
- le fil **stadimétrique inférieur** ( $s$ ), qui donne la lecture  $m_2$  sur la mire ;
- le fil **niveleur** ( $n$ ), qui donne la lecture  $m$  sur la mire ;
- le fil **vertical** ( $v$ ), qui permet le pointé de la mire ou d'un objet.



Les différents types de réticules et de pointés sont détaillés au chapitre 3, paragraphe 2.4.1.

La lecture sur chaque fil est estimée visuellement au millimètre près (6,64 dm sur la figure 5.8., fil niveleur). Les fils stadimétriques permettent d'obtenir une valeur approchée de la portée (voir § 1.2.6). Pour chaque lecture, il est judicieux de lire les trois fils horizontaux de manière à éviter les fautes de lecture: on vérifie en effet, directement sur

le terrain, que :  $m = \frac{m_1 + m_2}{2}$ . Par exemple, figure 5.8. :  $6,64 \text{ dm} \approx (5,69 + 7,60)/2$ .

On peut estimer l'incertitude d'une lecture par interpolation sur une mire centimétrique à  $4/G$  cgon (voir aussi chapitre 3, § 2.4.1),  $G$  étant le grossissement de la lunette. Si l'on désire une incertitude de lecture de 1 mm avec une lunette de grossissement  $G = 24\times$ , la **portée maximale de visée** devra être de :

$$D_{\max} = 1.10^{-3}/(4/24.10^{-2} \cdot \pi/200) = 38 \text{ m.}$$

Pour une lecture sur mire Invar (voir § 3.2), l'incertitude sur le pointé est de l'ordre de  $1/G$  à  $2/G$  cgon. Ce qui donne pour un niveau de précision  $G = 40$  et pour obtenir une incertitude de l'ordre du dixième de millimètre :

$$D_{\max} = 0,1.10^{-3}/(2/40.10^{-2} \cdot \pi/200) = 46 \text{ m.}$$

La portée maximale usuellement retenue est de l'ordre de 30 m du niveau à la mire en nivellement de précision.

## 1.2.6 Estimation de la portée par stadimétrie

La portée, c'est-à-dire la distance horizontale entre le point de station et le point visé, est utile dans les calculs de cheminement (voir § 1.5.3). Disposer d'un ordre de grandeur de sa valeur est nécessaire, par exemple, pour vérifier l'égalité des portées. C'est le rôle des fils stadimétriques qui, par lecture de la valeur  $L = m_1 - m_2$  interceptée sur la mire, permettent de calculer la distance horizontale  $Dh_{sp}$  à  $\pm 14$  cm près (fig. 5.9.).

### 1.2.6.1 Formule de stadimétrie

Nous allons établir la **formule de stadimétrie** ; pour cela, nous raisonnons à partir du schéma simplifié de la figure 5.10.a. où l'image de l'objet vue par l'opérateur est renversée. Si l'on considère que la mire utilisée est renversée, on retrouve la situation classique : le fil stadimétrique supérieur ( $s'$ ) lit la valeur la plus grande  $m_1$  et le fil ( $s$ ) lit la valeur  $m_2$ .  $f$  étant la distance focale de l'objectif, on peut écrire :

$$\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{m_1 + m_2}{2(Dh - E)} = \frac{s}{2f}$$

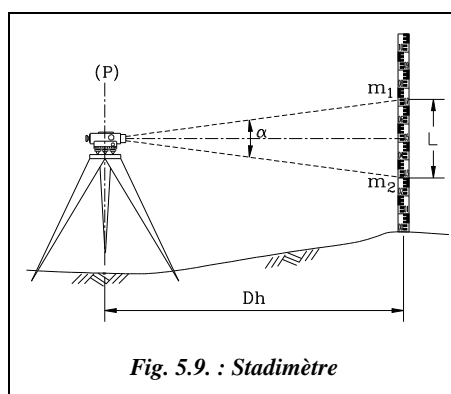
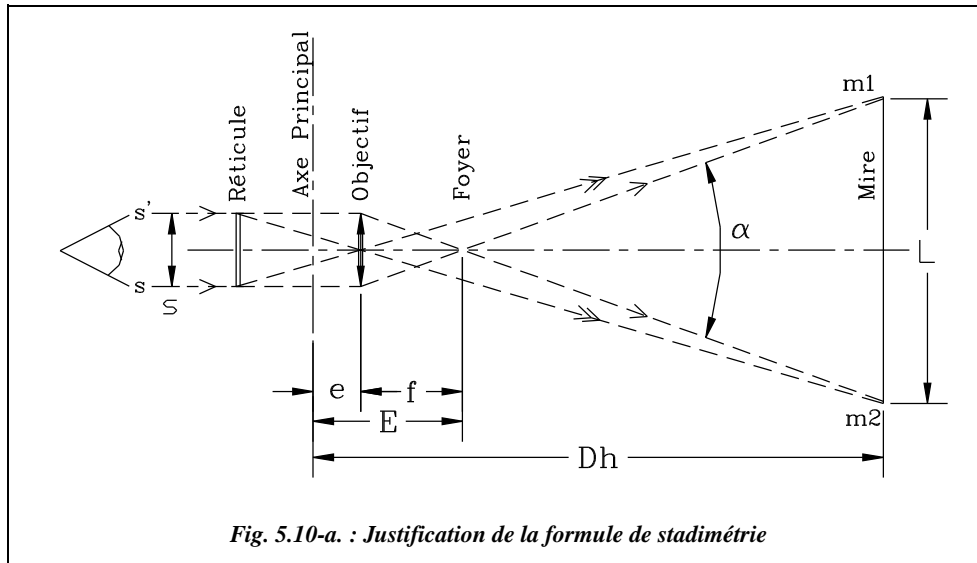


Fig. 5.9. : Stadimètre

Le rapport  $s/f$  est une constante de l'appareil.  $E$  est appelée constante (ou correction)

d'anallatisme. Posons :  $\frac{f}{s} = K = \frac{1}{2 \tan(\alpha/2)}$

$K$  est appelée **constante stadimétrique**. La valeur usuelle de  $K$  est  $K = 100$  ( $\alpha \approx 1/100$  rad soit 0,6366 gon ou encore 0,5 m à 100 m).



De la première équation, on déduit :  $Dh = K.(m_1 - m_2) + E$

$E$  est appelée **constante d'addition**.

Pour les appareils modernes à mise au point intérieure, la constante d'addition  $E$  est réduite par construction à une valeur négligeable vis-à-vis de la précision obtenue sur  $Dh$ . Pour les appareils à mise au point extérieure,  $E$  est de l'ordre de 30 cm.

Finalement, on obtient (avec  $E = 0$ ) :  $Dh = K(m_1 - m_2) = KL$

### 1.2.6.2 Précision de l'évaluation de $Dh$

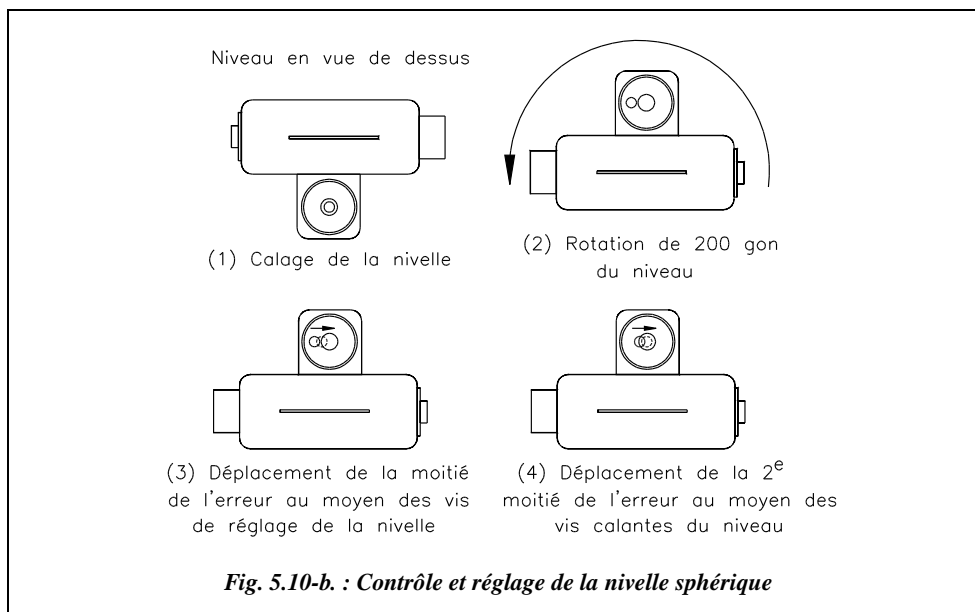
Le manque de précision sur la connaissance de  $Dh$  vient essentiellement de la valeur de la constante stadimétrique qui multiplie les erreurs de lecture sur mire par 100 (voir le chapitre 4 sur les mesures de distances, § 4.1.1).

La précision sur la distance horizontale  $Dh$  est de l'ordre de  $\pm 14$  cm à 35 m avec un niveau classique (type NAK), ce qui est médiocre et ne fournit qu'un ordre de grandeur de  $Dh$  suffisant pour les calculs grossiers ou pour les compensations (voir § 1.5.3). On peut obtenir une valeur approchée de  $Dh$  à  $\pm 1,4$  cm près à 35 m si l'on utilise un niveau

de précision (type NA2 avec micromètre et mire Invar). Par exemple, si l'on reprend la figure 5.8.,  $Dh = 100.(7,60 - 5,69) = 191$  dm donc  $Dh = 19,1$  m  $\pm$  1,4 dm.

## 1.2.7 Contrôle et réglage du niveau

### 1.2.7.1 Réglage de la nivelle



La directrice de la nivelle torique ou le cercle de centrage de la nivelle sphérique doivent être inscrits dans un plan perpendiculaire à l'axe principal. Pour contrôler une nivelle, procédez ainsi :

- calez la nivelle dans une position bien définie de l'appareil (repérez-vous sur le cercle horizontal) ;
- faites pivoter le niveau de 200 gon et vérifiez que la nivelle reste dans ses repères ;
- si ce n'est pas le cas, ramenez la bulle vers la position centrale de la moitié de son décalage au moyen de ses vis de réglage, l'autre moitié étant rattrapée par les vis calantes du niveau. Recommencez la vérification jusqu'à obtenir un défaut négligeable (voir chapitre 3, § 2).

### 1.2.7.2 Réglage du réticule

Le fil horizontal du réticule doit être situé dans un plan perpendiculaire à l'axe principal.

Le contrôle et le réglage s'effectuent ainsi :

- choisissez un point bien défini coïncidant avec le fil horizontal du réticule ;

- faites pivoter la lunette avec le mouvement lent et vérifier que le réticule reste en contact avec le point choisi ;
- si ce n'est pas le cas, ramenez le réticule sur le point en agissant sur son dispositif de réglage.

### 1.2.7.3 Réglage de l'axe optique

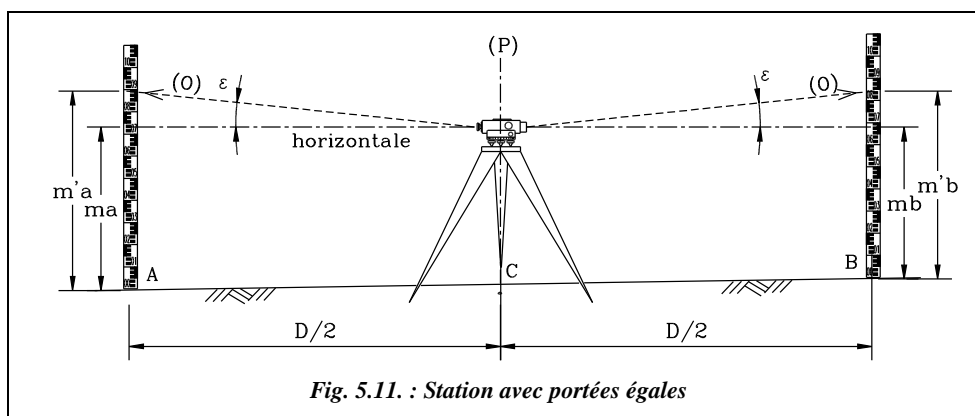
L'axe de visée (O) doit être perpendiculaire à l'axe principal (P). L'axe de visée étant défini par le centre optique de l'appareil et la croisée des fils du réticule, on peut modifier l'inclinaison de l'axe (O) en agissant sur le réticule. Pour mettre en évidence un besoin de réglage, il faut procéder comme suit (voir fig. 5.11. et 5.12.) :

- implantez deux points A et B distants d'environ 60m en terrain à peu près horizontal et régulier ;
- stationnez le niveau en C, milieu de AB et lisez la dénivelée  $\Delta H_{AB}$  ;
- stationnez en E, situé à 6 m de A à l'extérieur de AB, et lisez à nouveau  $\Delta H_{AB}$  ;
- déterminez par calcul la valeur du défaut éventuel  $\varepsilon$  appelé défaut d'horizontalité de l'axe de visée (ou encore, de manière impropre, collimation verticale) ;
- si ce défaut est trop important, c'est-à-dire s'il provoque une erreur de plus de 2 mm à 30 m, réglez l'appareil. Ceci peut se faire en station en E, en ramenant la ligne de visée sur la lecture exacte calculée précédemment (agir pour cela sur les vis de réglage du réticule ; voir la documentation de l'appareil).

#### a. Explications et calculs

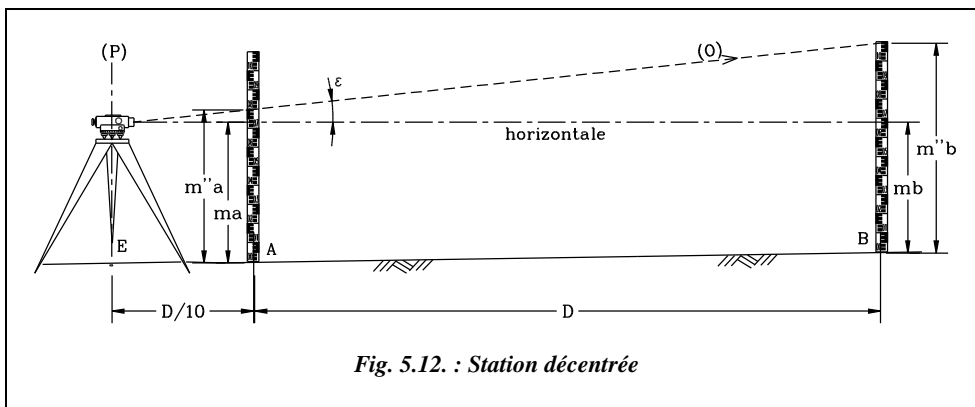
La dénivelée réelle entre A et B est  $\Delta H_{AB} = ma - mb$ . Si le niveau possède un défaut  $\varepsilon$  de perpendicularité entre (O) et (P), l'opérateur lit une dénivelée fautive  $\Delta H'_{AB} = m'a - m'b$ . Or on peut écrire :

$$\left. \begin{array}{l} m'a = ma + D_{AC} \cdot \tan \varepsilon \\ m'b = mb + D_{BC} \cdot \tan \varepsilon \end{array} \right\} \Rightarrow m'a - m'b = ma - mb + (D_{AC} - D_{BC}) \tan \varepsilon$$



Puisque l'opérateur stationne au milieu de AB,  $D_{AC} = D_{BC}$ , on obtient  $m'a - m'b = ma - mb = \Delta H_{AB}$ . La dénivelée mesurée est égale à la dénivelée réelle car l'effet de l'erreur d'inclinaison  $\varepsilon$  s'annule du fait de l'égalité des portées CA et CB. Ceci signifie qu'en pratiquant l'égalité des portées, on peut mesurer juste avec un appareil faussé, à condition que son défaut reste faible. On peut admettre un écart angulaire provoquant sur la mire une erreur de l'ordre du double de l'appréciation de la lecture, qui est de 1 mm à 30 m. Donc  $\varepsilon_{maxi}$  est tel que :  $\tan \varepsilon_{maxi} = 2 \cdot 10^{-3} / 30$ , c'est-à-dire  $\varepsilon_{maxi} = 4$  mgon.

La station précédente a permis de mesurer la dénivelée « exacte »  $\Delta H_{AB}$ .



Sur la figure 5.12., les lectures  $m''a$  et  $m''b$  donnent cette fois une dénivelée erronée  $\Delta H''_{AB}$ . C'est le calcul de cette dénivelée fausse qui permet d'estimer le défaut d'inclinaison de l'axe optique  $\varepsilon$ .

On peut écrire :

$$\left. \begin{aligned} m''a &= ma + D_{AE} \cdot \tan \varepsilon \\ m''b &= mb + D_{BE} \cdot \tan \varepsilon \end{aligned} \right\} \Rightarrow m''a - m''b = ma - mb + (D_{AE} - D_{BE}) \tan \varepsilon$$

$$\text{donc : } \tan \varepsilon = \frac{(m''a - m''b) - (ma - mb)}{(D_{AE} - D_{BE})}$$

$$\text{Donc, finalement : } \boxed{\tan \varepsilon = \frac{\Delta H''_{AB} - \Delta H_{AB}}{D_{AE} - D_{BE}}}$$

Il reste à calculer  $\varepsilon$  et à le comparer à  $\varepsilon_{maxi} \approx 4$  mgon. Suivant le signe de  $\varepsilon$ , on pourra même conclure sur le sens du défaut d'inclinaison, à savoir si le niveau vise trop haut ou trop bas.

### Remarque

La manipulation doit être effectuée avec soin car la valeur calculée de  $\varepsilon$  englobe les erreurs de lecture, de mise en station, de tenue de la mire, etc. Le plus efficace est de faire plusieurs stations (trois ou quatre) sur la droite AB. Il est ainsi possible de tracer une courbe donnant l'évolution de l'erreur commise sur la dénivelée en fonction de la portée et conclure sur la présence ou non d'une erreur d'inclinaison de l'axe optique (voir l'exemple ci-dessous).

### b. Application

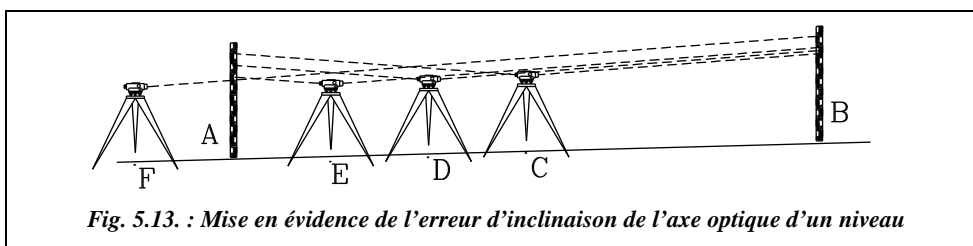


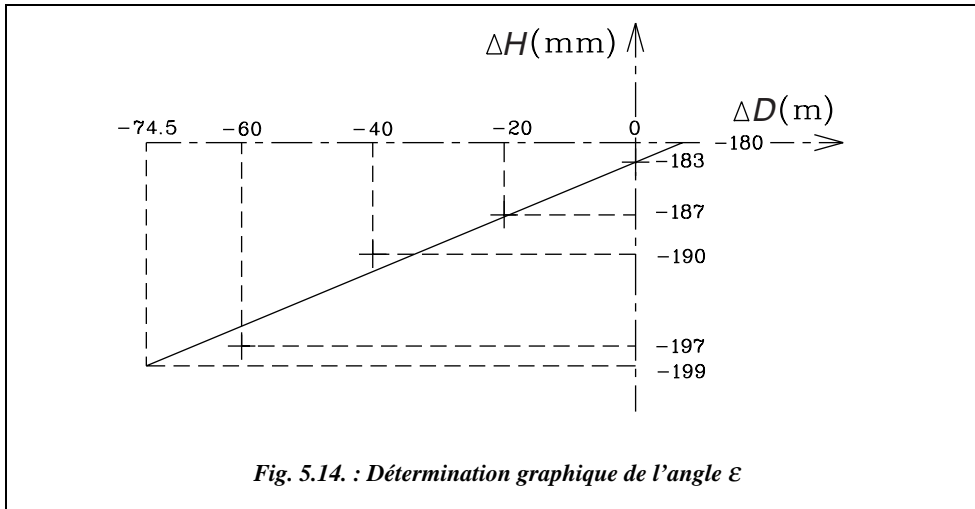
Fig. 5.13. : Mise en évidence de l'erreur d'inclinaison de l'axe optique d'un niveau

Pour déterminer le défaut d'inclinaison de l'axe optique d'un niveau, un opérateur stationne à mi-distance entre deux points A et B distants de 60 m. Il effectue trois autres stations : D à 20 m de A et 40 m de B, E à 10 m de A et 50 m de B et F à 10 m de A et 70 m de B (voir fig. 5.13.). À partir des lectures données du tableau ci-contre, déterminez s'il y a un défaut d'inclinaison de l'axe optique dans l'appareil utilisé. Dans l'affirmative, donnez la valeur angulaire de ce défaut et son signe.

Station	ma (dm)	mb (dm)
C	11,32	13,15
D	10,16	12,03
E	10,87	12,78
F	12,02	13,99

### Réponse

Station	Dénivelée $\Delta H''_{AB}$ (dm)	Différence de portée $\Delta D$ (m)
C	$11,32 - 13,15 = -1,83$	0
D	$10,16 - 12,03 = -1,87$	-20
E	$10,87 - 12,77 = -1,90$	-40
F	$12,02 - 13,99 = -1,97$	-60



La courbe ci-dessus (fig. 5.14.) donne l'évolution de la dénivelée mesurée (notée  $\Delta H$ ) en fonction de la différence de portée  $\Delta D$  : les ordonnées ont été multipliées par 2 000 par rapport aux abscisses, de manière à accentuer le défaut.

Cette courbe devrait être une droite de pente  $\tan \varepsilon$  puisque d'après les relations vues précédemment :

$$\Delta H_{AB \text{ mesurée}} = \Delta D \cdot \tan \varepsilon + \Delta H_{AB \text{ exacte}}$$

Cette équation est de la forme :  $y = ax + b$  avec  $a = \tan \varepsilon$  et  $b = \Delta H_{AB \text{ exacte}}$ .

On constate que les points se répartissent près d'une droite : on peut donc considérer qu'il y a bien inclinaison de l'axe optique. Si ce n'était pas le cas, les points seraient soit répartis de manière aléatoire (fautes de manipulation), soit sur une droite sensiblement parallèle à l'axe des abscisses (ni fautes ni d'inclinaison).

La droite est tracée par interpolation à vue, et donne à ses extrémités les valeurs (-74,5 m et -199mm) qui permettent de calculer une pente moyenne  $a = \tan \varepsilon = -(199 - 183) \cdot 10^{-3} / -74,5$  ; donc  $\varepsilon = 13 \text{ mgon}$ , soit une erreur de 6 mm à 30 m. L'inclinaison  $\varepsilon$  existe, elle est positive : donc l'appareil vise trop haut. Par conséquent, il faudra remonter le fil horizontal du réticule de manière à abaisser la ligne de visée de cet appareil.

Pour déterminer numériquement la pente de la droite qui passe au plus près des points du graphique de la figure 5.14., on peut utiliser la **formule des moindres carrés** qui calcule la **pente  $a$  et l'abscisse à l'origine  $b$**  de la droite passant au plus près de tous les points d'un essai (minimisation de la somme des carrés des distances de chaque point à la droite cherchée). Les  $n$  points d'un essai étant connus en coordonnées  $(x_i, y_i)$ ,  $a$  et  $b$  sont données par les formules suivantes :

$$a = \frac{\sum x_i \sum y_i - n \sum x_i y_i}{\left(\sum x_i\right)^2 - n \sum (x_i)^2} \quad \text{et} \quad b = \frac{\sum x_i \sum x_i y_i - \sum (x_i^2) \cdot \sum y_i}{\left(\sum x_i\right)^2 - n \sum (x_i)^2}$$

La « droite solution » est alors d'équation :  $y = ax + b$ .



### Application numérique au moyen du tableur Excel

Excel 7

Commencez un nouveau tableau et introduisez les données de l'essai. En case F2, entrez :

= D2 - E2 ↵

Case G2, entrez :

= (B2 - C2) / 10 ↵

Sélectionnez la zone F2-G5 puis recopiez vers le bas (menu Édition ou CTRL B).

Entrez en case B7 :

= SOMME(F2:F5) ↵

Entrez en case B8 :

= SOMME(G2:G5) ↵

Entrez :

en case B9 : = SOMMEPROD(F2:F5,G2:G5) ↵

en case B10 : = SOMMEPROD(F2:F5,F2:F5) ↵

en case B11 : = NBVAL(B2:B5) ↵

en case E8 : =(B7\*B8-B11\*B9)/(B7^2-B11\*B10) ↵

en case E9 : =(B7\*B9-B10\*B8)/(B7^2-B11\*B10) ↵

en case E10 : =ATAN(E8)\*200/PI()\*1000 ↵

	A	B	C	D	E	F	G
1	Station	ma (dm)	mb (dm)	Da (m)	Db (m)	ΔD (m)	ΔH (m)
2	C	11,32	13,15	30	30	0	-0,183
3	D	10,16	12,03	20	40	-20	-0,187
4	E	10,87	12,78	10	50	-40	-0,191
5	F	12,02	13,99	10	70	-60	-0,197
6							
7	Σx	-120	m				
8	Σy	-0,758	m	a =	0,00023		
9	Σxy	23,2	m <sup>2</sup>	b =	-0,1826	m	
10	Σx <sup>2</sup>	5600	m <sup>2</sup>	ε =	14,6	mgon	
11	n	4					

On retrouve pour  $b$  une valeur très proche de la dénivelée « exacte », ce qui est logique.

### c. Réglage du niveau

Cette inclinaison entraîne une erreur de + 15 mm sur une lecture à 70 m. Donc, en station au point F, on déplace le fil horizontal du réticule au moyen de ses vis de réglage jusqu'à lire  $13,99 - 0,15 = 13,84$  dm sur la mire en B.



#### 1.2.7.4 *Étalonnage de la mire et réglage de la nivelle sphérique*

Les mires de nivellement ordinaire ne sont pratiquement jamais étalonnées. Une vérification s'impose au bout d'un certain temps d'utilisation. Le réglage de la nivelle sphérique peut être réalisé simplement en utilisant un fil à plomb. Il suffit de bloquer la mire en position verticale et de maintenir la partie supérieure fixe pendant que l'on déplace la partie inférieure sur le sol jusqu'à obtenir une verticalité parfaite au fil à plomb.

On règle ensuite la nivelle sphérique au moyen de ses vis de réglage.

On peut aussi procéder par retournement de la mire (rotation de 200 gon): la mire est positionnée verticalement au moyen de la bulle. On repère la position de la mire par un trait au sol puis on effectue un demi-tour de la mire en la replaçant sur le même repère. Si la bulle n'est plus centrée, elle est ramenée vers le centre de la moitié du décalage.

Nous allons mettre en évidence l'incidence de la tenue de la mire sur la précision de mesure :

Calculez l'erreur maximale sur la dénivelée, en considérant que la mire a été calée avec une bulle fautive ou très mal centrée.

Le défaut de centrage de la bulle est de 10 mm au moment de la lecture. La sensibilité de la nivelle est de  $8'/2\text{mm}$ .

Un défaut de centrage de 10 mm entraîne un défaut angulaire de  $\alpha = (8/2/60.200/180).10 = 0,74$  gon. Pour une lecture tout en haut de la mire ( $m = 4$  mètres), la valeur de la lecture effectuée

est trop grande d'une valeur  $\varepsilon$  qui est telle que  $\varepsilon = m - m \cos \alpha = 4.(1 - \cos 0,74) \approx 0,3$  mm ce qui est négligeable en nivellement ordinaire d'autant qu'on vise rarement aussi haut sur la mire.

L'effet de soulèvement de la mire dû à son épaisseur (fig. 5.15.) tend à **diminuer** l'erreur  $\varepsilon$  si la mire bascule vers l'arrière  $\varepsilon \approx m.(1 - \cos \alpha) - e.\tan \alpha$ . En pratique, ce phénomène est évité en choisissant de poser la mire sur des points ou des parties concaves du sol et non sur des surfaces planes (voir aussi « crapauds » au paragraphe 2.2.).

En conclusion, une mauvaise tenue de la mire n'a pas une grande influence sur la précision **en nivellement ordinaire**.

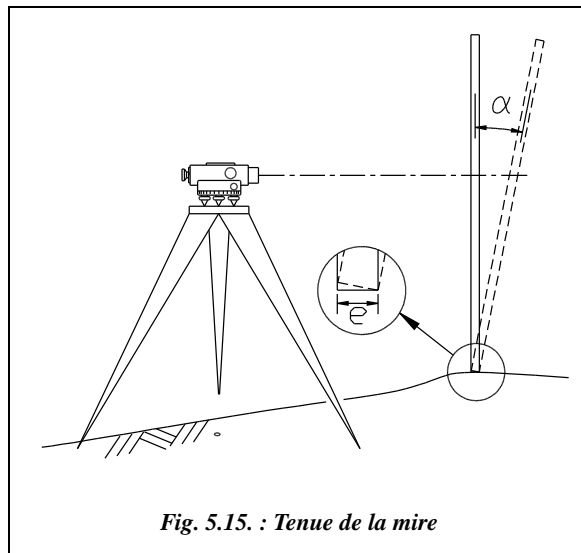


Fig. 5.15. : Tenue de la mire

## Remarque

Une mire sans nivelle sphérique peut tout de même être utilisée en balançant la mire d'avant en arrière ; l'opérateur lit alors la plus petite valeur interceptée sur la graduation.

## 1.3 Précision et tolérance des lectures

Sont énumérées ci-après les différentes fautes et sources d'erreur possibles.

### 1.3.1 Fautes

On distingue les fautes de :

- **calage** : oubli de caler la bulle, compensateur bloqué ;
- **lecture** : confusion du trait niveleur avec un trait stadimétrique ; confusion de graduation ou d'unité ;
- **transcription sur carnet** : mauvaise retranscription de la valeur lue.

### 1.3.2 Erreurs systématiques

Les erreurs systématiques sont :

- l'erreur d'étalonnage de la mire ;
- le défaut de verticalité de la mire: bulle dérégulée ;
- l'erreur d'inclinaison de l'axe optique: axe optique non perpendiculaire à l'axe principal ;
- le défaut de fonctionnement du compensateur.

### 1.3.3 Erreurs accidentelles

Les erreurs accidentelles sont :

- l'erreur de **parallaxe** qui est une mauvaise mise au point de la lunette ;
- un mauvais **calage** de la bulle ;
- l'**erreur de lecture sur la mire** due à l'estimation du millimètre ;
- un **mauvais choix d'un point intermédiaire** : point non stable ;
- le **flamboisement de l'air** : il faut éviter les visées en bas de mire près du sol lorsqu'il fait chaud ;
- l'**erreur de pointé de l'objet** : elle est due à la forme du réticule (un seul fil pour un pointé ordinaire ou par bissection, deux fils pour un pointé par encadrement, voir chapitre 3 , § 2.4.1). Pour une lunette de grossissement  $G$ , on peut estimer cette erreur comme suit :

- pointé ordinaire : 100 dmgon/G, ce qui donne pour un NA 20 ( $G = 20$ ) 5 dmgon, soit 0,3 mm à 35 m ;
- pointé par encadrement ou bissection :  $\approx 50$  dmgon/G (2,5 dmgon), soit 0,15 mm à 35 m.

### 1.3.4 Écart types

Ils varient suivant les niveaux et les mires utilisées (voir norme DIN 18723), le soin apporté au mesurage, la stabilité des points de mire, la force du vent, etc. En nivellement ordinaire, on cumule les erreurs de lecture sur mire listées ci-après :

- une erreur due au **calage de l'axe principal** (sur un niveau non automatique) de  $\pm 0,5$  mm à 30 m. Cette valeur est pessimiste puisqu'avec un niveau automatique du type NA20, la précision du calage est de  $\pm 0,8''$  (soit  $\pm 2,5$  dmgon), ce qui donne une erreur sur la mire de  $\pm 0,1$  mm à 30 m ;
- une erreur due à la tenue de la mire (plus ou moins verticale) et à l'appréciation de la lecture de  $\pm 1$  mm à 30 m ;

une erreur sur le support de la mire (sol, crapauds éventuels, etc.) de  $\pm 0,5$  mm.

Soit un écart type de  $\sqrt{0,5^2 + 1^2 + 0,5^2} = \pm 1,22$  mm pour une visée.

Pour une dénivelée (deux visées), cela donne :  $\pm 1,22$  mm  $\cdot \sqrt{2} = \pm 1,73$  mm.

Sur un parcours de  $N$  dénivelées, l'écart type est donc de :  $\sigma = \pm 1,7\sqrt{N}$

Donc la tolérance sur la fermeture du parcours est de  $2,7\sigma$  soit :  $T_{\Delta H} = \pm 4,6\sqrt{N}$

Si l'on considère 16 dénivelées au kilomètre, on obtient :  $\sigma = \pm 7$  mm pour 1 km.

Ces valeurs sont des valeurs usuelles utilisables pour des travaux courants.

### 1.3.5 Tolérances réglementaires

L'arrêté du 21 janvier 1980 publié au Journal Officiel du 19 mars 1980 précise les tolérances applicables au nivellement (tableau ci-contre).

$L$  est la longueur totale du parcours en kilomètre.  $N$  est le nombre de dénivelées.  $n$

est le nombre de dénivelées au kilomètre ( $n = N / L_{\text{km}}$ ). La valeur limite  $n = 16$  correspond à un cheminement dont la distance moyenne entre points est de 62,50 m soit une portée moyenne d'environ 30 m. Cette valeur est la limite supérieure autorisée en nivellement de haute précision.

Tolérances $T_{\Delta H}$ en mm	$n \leq 16$	$n \geq 16$
<b>Ordinaire</b>	$4\sqrt{36L + L^2}$	$\sqrt{36N + \frac{N^2}{16}}$
<b>Précision</b>	$4\sqrt{9L + L^2}$	$\sqrt{9N + \frac{N^2}{16}}$
<b>Haute précision</b>	$8\sqrt{L}$	$2\sqrt{N}$

Ces tolérances sont issues du dépouillement de mesures réelles. Elles tiennent implicitement compte de la nature du terrain puisque le nombre de stations augmente en terrain accidenté. Ces tolérances peuvent bien sûr être remises en cause par le cahier des charges d'un chantier particulier.

## 1.4 Caractéristiques des niveaux

On peut classer les niveaux en cinq grandes catégories de précision croissante<sup>1</sup>, par exemple :

- les niveaux de chantier utilisés pour le nivellement courant : NA20, NA820 ;
- les niveaux d'ingénieur utilisés en nivellement ordinaire : NA24, NA824 ;
- les niveaux de précision : NA28 ou NA2002 (numérique) ;
- les niveaux de haute précision : NA2 et NA3003 avec mire Invar ;
- les niveaux de très haute précision : N3 avec mire Invar.

Le tableau ci-dessous fournit un comparatif des principales caractéristiques des niveaux données par le constructeur.

Gamme	Automatiques				À nivelle
Modèles :	NA 20 NA820	NA 24 NA824	NA 28 NA828	NA 2 NAK2	N 3
Écart type (mm) pour 1 km de cheminement double : avec un micromètre :	± 2,5	± 2	± 1,5 ± 0,7	± 0,7 ± 0,3	± 0,2
Grossissement G	20	24	28	32 - 40	11 à 47
Champ à 100 m (m)	4,2	3,5	3	2,4	1,8
Constante stadimétrique	100	100	100	100	100
Constante d'addition ou d'anallatisme	0 cm	0 cm	0 cm	0 cm	-20 cm
Visée minimale (m)	0,5	0,5	0,7	1,6	0,45
Lunette remplie de gaz	non	oui	oui	non	non
Sensibilité nivelle sphérique pour 2 mm	15cgon	15cgon	15cgon	15cgon	15cgon
Sensibilité nivelle torique pour 2 mm	-	-	-	-	3 mgon *
Plage du compensateur en cgon	± 55	± 55	± 55	± 55	-
Précision calage du compens. (mgon)	± 0,2	± 0,2	± 0,15	± 0,09	± 0,06
Division du cercle (gon)	1	1	1	0,01	-

\* Nivellement parabolique pour le N3.

Les termes correspondant aux qualités de la lunette sont définis au paragraphe 1.2.4.

<sup>1</sup> Ces exemples sont issus de la gamme Leica.

L'**écart type** calculé selon la norme DIN 18723, correspond à 1 km de cheminement double (voir § 2.3). La **constante stadimétrique** et la **constante d'addition** sont définies au paragraphe 1.2.6.

La **sensibilité de la nivelle** est utile surtout pour les instruments non automatiques à nivelle torique (N3 à nivelle torique « coupée », voir § 2.1), ces appareils nécessitant un réglage de la nivelle torique avant chaque lecture. Pour les appareils automatiques, l'indication importante est la **précision de calage** du compensateur (la nivelle sphérique sert de réglage grossier).

Certains modèles proposent en option un **cercle horizontal gradué** (du gon au cgon) permettant de faire des levés tachéométriques (mesures angulaires associées à des mesures rapides de distance) ou des implantations en terrain régulier.

## 1.5 Cheminements simples

Lorsque les points A et B sont situés de sorte qu'une seule station du niveau ne suffit pas à déterminer leur dénivelée (éloignement, masque, dénivelée trop importante, etc.), il faut décomposer la dénivelée totale en dénivelées élémentaires à l'aide de points intermédiaires (I1, I2, ..., voir fig. 5.16.). L'ensemble de ces décompositions est appelé **nivellement par cheminement**.

Un **cheminement encadré** part d'un « point origine » connu en altitude, passe par un certain nombre de points intermédiaires et se referme sur un « point extrémité » différent du point d'origine et également connu en altitude. Le cheminement de la figure 16 est encadré entre A et B.

Lorsque l'on cherche à déterminer l'altitude d'un point extrémité B à partir de celle connue d'un repère A, on effectue généralement un **cheminement aller-retour** de A vers A en passant par B. Ceci permet de calculer l'altitude de B et de vérifier la validité des mesures en retrouvant l'altitude de A.

Lorsqu'un cheminement constitue une boucle retournant à son point de départ A, on l'appelle **cheminement fermé**. Il est très employé pour les raisons suivantes :

- il permet la détermination des altitudes même quand on ne connaît qu'un seul repère ;
- il est possible de calculer un tel cheminement en affectant une altitude arbitraire à un point de départ fixe et durable ; une simple translation permettra de passer des altitudes de ce système local aux altitudes vraies ;
- il permet un contrôle de fermeture qui est indépendant de la précision de connaissance de l'altitude du point de référence.

### 1.5.1 Pratique du nivellement par cheminement

Un nivellement par cheminement s'effectue par les opérations suivantes :

- la mire étant sur le point origine A, l'opérateur stationne le niveau en S1 dont il détermine l'éloignement en comptant le nombre de pas séparant A de S1, de manière à ne pas dépasser la portée maximale de 60 m. L'opérateur fait une **lecture arrière**, c'est-à-dire dans le sens de parcours choisi, sur le point A, notée  $m_{ar A}$  ;
- le porte-mire se déplace pour venir sur le premier point intermédiaire I1 le plus stable possible (pierre, socle métallique appelé « crapaud », piquet etc.) et dont il détermine l'éloignement en comptant lui-même le nombre de pas séparant A de S1 afin de pouvoir reproduire ce nombre de pas de S1 à I1 ;
- toujours stationné en S1, l'opérateur lit sur la mire la **lecture avant** sur I1 notée  $m_{av I1}$  ;  
il est alors possible de calculer la dénivelée de A à I1 de la manière suivante :  
$$\Delta H_1 = m_{ar A} - m_{av I1} = \text{lecture arrière sur A} - \text{lecture avant sur I1}.$$
- L'opérateur doit lire les fils stadimétriques et vérifier que  $m \approx (m_1 + m_2)/2$  ;

l'opérateur se déplace pour choisir une station S2 et ainsi de suite ;

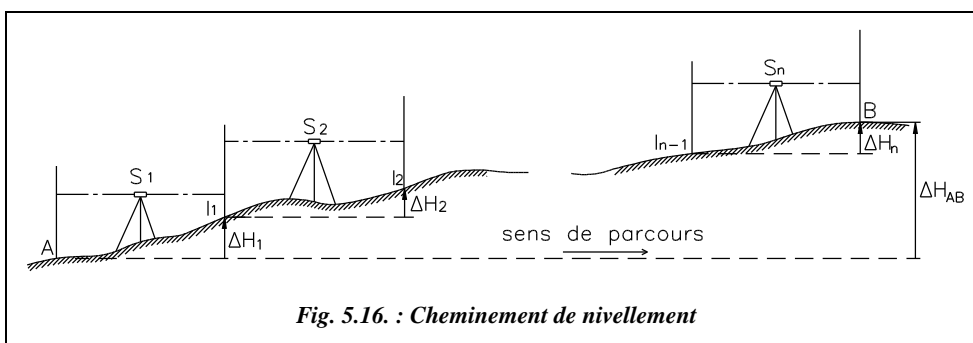


Fig. 5.16. : Cheminement de nivellement

- les dénivelées partielles sont les suivantes :

$m_{ar A} - m_{av I1} = \Delta H_1$	dénivelée de A vers I1
$m_{ar I1} - m_{av I2} = \Delta H_2$	dénivelée de I1 vers I2
...	...
$m_{ar I(i-1)} - m_{av I(i)} = \Delta H_i$	dénivelée de I(i-1) vers I(i)
...	...
$m_{ar I(n-1)} - m_{av B} = \Delta H_n$	dénivelée de I(n-1) vers B

$$\sum_{i=1}^{i=n} m_{ar} - \sum_{i=1}^{i=n} m_{av} = \sum_{i=1}^{i=n} \Delta H_i = \Delta H_{AB}$$

La dénivelée totale  $\Delta H_{AB}$  de A vers B est égale à la somme des lectures arrière diminuée de la somme des lectures avant.

## Remarque

| Si le cheminement est fermé, la dénivelée totale doit être égale à zéro.

### 1.5.2 Fermeture du cheminement

Connaissant l'altitude de A, on peut calculer à nouveau à partir des mesures de terrain, l'altitude de B : on appelle cette valeur de  $H_B$  **la valeur observée**, notée  $H_{B\text{ obs}}$ .

Elle est définie par :

$$H_{B\text{ obs}} = H_A + \sum_{i=1}^n \Delta H_i$$

Si les mesures étaient exemptes d'erreurs, on retrouverait exactement l'altitude connue  $H_B$ . En réalité, il existe un écart appelé **erreur de fermeture du cheminement** (ou plus simplement **fermeture**) qui est soumis à tolérance. Cette fermeture notée  $f_H$  vaut :

$$f_H = H_{B\text{ obs}} - H_B$$

Un moyen mnémotechnique permettant de se souvenir du sens de cette soustraction est de se rappeler que le signe de l'erreur de fermeture  $f_H$  doit être positif si l'altitude observée est supérieure à l'altitude réelle c'est-à-dire :  $f_H > 0$  implique que  $H_{B\text{ obs}} > H_B$ .

Si l'on appelle  $T_{\Delta H}$  **la tolérance** réglementaire de fermeture du cheminement, on doit donc vérifier :  $|f_H| < T_{\Delta H}$ . Si ce n'est pas le cas, les mesures doivent être refaites.

Les tolérances réglementaires sont données par l'arrêté du 21 janvier 1980 (voir § 1.3.5).

### 1.5.3 Compensation du cheminement

La compensation est l'opération qui consiste à répartir la fermeture sur toutes les mesures.

La compensation, notée  $C_H$ , est donc l'opposée de la fermeture, c'est-à-dire :  $C_H = -f_H$

Cet ajustement consiste à modifier les dénivelées partielles en répartissant la compensation totale  $C_H$  sur chacune d'elle. Cette répartition peut être effectuée de plusieurs manières :

**1- proportionnellement au nombre  $N$  de dénivelées** : on choisira ce type de compensation dans le cas où la fermeture est très faible c'est-à-dire inférieure à l'écart type  $\sigma_H = T_H/2,7$ .

Donc la compensation sur chaque dénivelée est :  $C_{Hi} = \frac{C_H}{N}$

Dans le cas où la fermeture est comprise entre écart type et tolérance, on peut choisir entre les deux méthodes de répartition suivantes :

**2- proportionnellement à la portée** : on considère que plus la portée est importante et plus la dénivelée peut être entachée d'erreur. Ceci oblige à connaître un ordre de grandeur de la portée, qui est obtenu par stadimétrie.

La compensation sur chaque dénivelée est alors : 
$$C_{Hi} = C_H \frac{L_i}{\sum L_i}$$

**3- proportionnellement à la valeur absolue de la dénivelée** : la compensation à appliquer à chaque dénivelée partielle du cheminement vaut donc :

$$C_{Hi} = C_H \frac{|\Delta H_i|}{\sum |\Delta H_i|}$$

#### Remarque

L'ajustement n'est qu'un mal nécessaire qui n'améliore jamais les mesures et rend donc inutiles les décimales de calcul sans signification ; donc les compensations partielles sont arrondies, au mieux, au millimètre leur somme devant toutefois être rigoureusement égale à la compensation totale.

Le contrôle du calcul consiste à vérifier que l'altitude de l'extrémité obtenue de proche en proche depuis celle de l'origine à l'aide des dénivelées compensées est strictement égale à l'altitude connue.

### 1.5.4 Exemple de carnet de nivellement cheminé



Excel 7

Le carnet de nivellement cheminé proposé ci-après est disponible sous la forme d'un tableau Excel (fichier NIMINAK.XLS du cédérom). La méthode de compensation choisie est fonction de la présence ou non des lectures stadimétriques. Si elles sont présentes, la compensation est dans tous les cas proportionnelle aux portées. Si elles sont absentes, la compensation est proportionnelle aux nombre de dénivelées. Le tableau TABNIV.XLS du cédérom peut servir de carnet vide pour une saisie sur le terrain.

#### Remarque

- Les dénivelées obéissent à la règle générale suivante :  
dénivelée = lecture arrière – lecture avant ;
- les calculs de dénivelée sont faits en diagonale puisque, les stations n'apparaissant pas sur le tableau, on note en face de chaque point la lecture arrière et la lecture avant qui sont faites sur deux stations différentes ;
- la compensation peut être effectuée directement sur les dénivelées. Lors d'un calcul manuel, on peut rayer la dénivelée mesurée et écrire au-dessus la dénivelée compensée qui servira au calcul des altitudes.



- l'altitude de chaque point se calcule de proche en proche par la formule ci-dessous (attention aux unités) :

$$H_i = H_{i-1} + \Delta H_{i-1 \rightarrow i} + C_i$$

Le tableau suivant est réalisé à partir du fichier TABNIV.XLS pour Excel.

Carnet de nivellement ordinaire

Date : 01/05/96

Altitude de départ : 124,968 m

Matériel : NA 0 (a)

Altitude d'arrivée : 128,924 m

Opérateur : Milles

n°	Point visé	Lectures arrière			Lectures avant			Portée Dh m	Dénivelées		Comp.* mm	Altitude m
		S' mm	Niv mm	S mm	S' mm	Niv mm	S mm		ΔH (mm)			
									+	-		
1	R1	1 973	1 925	1 878								124,968
2	I1	1 536	1 524	1 508	1 343	1 296	1 249	18,9	629		-2	125,595
3	I2	1 866	1 836	1 806	1 388	1 377	1 365	5,1	147		-1	125,741
4	I3	1 016	0 988	0 955	1 076	1 047	1 017	11,9	789		-1	126,529
5	54	1 696	1 661	1 626	1 667	1 638	1 608	12,0		-650	-1	125,878
6	I4	1 709	1 678	1 647	1 072	1 046	1 022	12,0	615		-1	126,491
7	I5	1 634	1 604	1 572	1 258	1 226	1 195	12,5	452		-1	126,942
8	I6	1 363	1 333	1 304	1 306	1 274	1 243	12,5	330		-1	127,271
9	I7	1 314	1 155	0 995	0 896	0 803	0 713	24,2	530		-3	127,798
10	R3				0 039	0 025	0 012	34,6	1 130		-4	128,924
9 dénivelées								143,7	4 622	-650	-16	

\* compensation.

Fermeture :  $f_H = 16$  mm ; Tolérance :  $T_H = 18$  mm.

Conclusion : tolérance vérifiée pour 63 dénivelées au kilomètre.

## 1.6 Cheminement mixte

Depuis une station quelconque du niveau dans un cheminement, et après avoir enregistré la lecture arrière sur le point de cheminement précédent, l'opérateur vise plusieurs points de détail et effectue sur chacun d'eux une lecture unique qui est donc une lecture avant. Ensuite, il termine la station par la lecture avant sur le point de cheminement suivant. Par exemple, sur la fig. 5.17., les points 1, 2 et 3 sont rayonnés depuis la station S1 dont le

point arrière est la référence (R) et le point avant A. L'opération en S1 est appelée **rayonnement**. Lorsqu'un cheminement comprend des points rayonnés et des points cheminés, on dit que c'est un **cheminement mixte**.

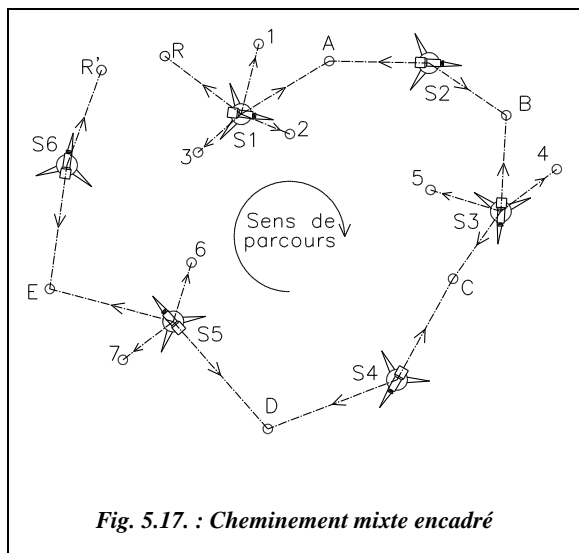


Fig. 5.17. : Cheminement mixte encadré

Le cheminement de la figure 5.17. passe par les points R, A, B, C, D, E et R'. Les points 1, 2, 3, 4, 5, 6 et 7 sont rayonnés. L'ensemble est un cheminement mixte encadré entre R et R'.

Sur le carnet de nivellement, un point rayonné est repérable directement au fait qu'il ne comporte pas de lecture arrière (ou bien la même lecture arrière que le point précédent du tableau ; voir l'exemple).

La règle de l'égalité des portées doit aussi s'appliquer aux points rayonnés pour assurer une précision optimale. Il faut donc

choisir une station la plus centrale possible par rapport à tous les points à viser.

Le mesurage terminé, on **calcule d'abord le cheminement sans tenir compte des points de détails rayonnés**.

Puis on calcule les points rayonnés et on les note, par exemple, dans une autre couleur. Leur calcul est différent de celui des points cheminés. En effet :

- tous les points rayonnés depuis une même station sont calculés à partir de l'altitude du point arrière de la station. Cette différence de calcul entraîne souvent des erreurs qui peuvent être limitées par le respect du calcul en deux étapes : d'abord le cheminement seul puis les rayonnements et par l'emploi de couleurs différentes ;
- il n'y a pas de compensation sur la dénivelée d'un point rayonné puisqu'il n'y a pas de contrôle possible de sa valeur. L'altitude du point rayonné dépend de celle, déjà compensée, du point arrière du cheminement :  $H(\text{du point rayonné}) = H(\text{du point du cheminement}) + \Delta H$ . Ce manque de contrôle exige une lecture particulièrement attentive sur ces points (par exemple, une lecture sur les trois fils).

#### Remarque

Sur chantier, on calcule souvent l'altitude d'un point rayonné en faisant intervenir la notion **d'altitude du plan de visée**, c'est-à-dire l'altitude de l'axe optique du niveau : elle est égale à l'altitude du point de référence arrière de la station augmentée de la lecture sur mire en ce point. Par exemple, le plan de visée de la station 1 (voir tableau

suivant) est :  $Hpv_{SI} = 124,968 + 2,591 = 127,559$  m. L'altitude d'un point rayonné est alors l'altitude du plan de visée diminuée de la lecture sur la mire en ce point. Par exemple, pour le point 2 :  $H_2 = Hpv_{SI} - 1,922 = 125,637$  m.



**Exemple :** le tableau ci-après réalisé à partir du NIMINAK.XLS, détaille le calcul du parcours schématisé à la figure 5.17. Le tableau NIMINAK.XLS traite automatiquement les points rayonnés : il suffit de ne pas entrer de lecture arrière.

Carnet de nivellement ordinaire

Date : 01/05/96

Altitude de départ : 124,968 m

Matériel : NA 0 (a)

Altitude d'arrivée : 125,703 m

Opérateur : Dupond

n°	Point visé	Lectures arrière			Lectures avant			Portée Dh m	Dénivelées Dn (mm)		Comp. mm	Altitude en m
		S' mm	Niv mm	S mm	S' mm	Niv mm	S mm		+	-		
1	R	2 703	2 591	2 480								124,968
2	1				1 407	1 292	1 177		(1 299)			126,267
3	2				2 033	1 922	1 812		(0 669)			125,637
4	3				1 126	1 047	0 967		(1 544)			126,512
5	A	2 835	2 813	2 791	1 653	1 528	1 403	47,3	1063		-3	126,028
6	B	1 749	1 678	1 607	1 072	1 046	1 022	9,4	1767		-1	127,794
7	4				1 258	1 226	1 195		(0 452)			128,246
8	5				1 973	1 925	1 878			(-0 247)		127,547
9	C	1 714	1 604	1 492	1 712	1 639	1 565	28,9	0039		-2	127,831
10	D	1 423	1 333	1 244	3 116	3 004	2 892	44,6		-1 400	-3	126,428
11	6				1 356	1 274	1 193		(0 059)			126,487
12	7				1 616	1 524	1 428			(-0 191)		126,237
13	E	1 264	1 155	1 045	0 896	0 803	0 713	36,2	0 530		-2	126,956
14	R'				2 511	2 405	2 299	43,1		-1 250	-3	125,703
6 points cheminés								209,5	3 399	-2 650	-14	

\* compensation.

Dans ce parcours, il y a sept points rayonnés et six points cheminés.

Fermeture :  $f_H = 14$  mm ; Tolérance :  $T_H = 15$  mm.

Conclusion : tolérances vérifiées pour 29 dénivelées au kilomètre.

### Remarque

Les tableaux peuvent mélanger plusieurs unités (mm, dm et m). Ceci a un aspect formateur en obligeant l'opérateur comme le calculateur à faire attention et à préciser les unités utilisées. Mais c'est aussi une source d'erreur. Il est donc recommandé de noter les lectures sur mire directement en millimètre (par exemple 1 264 mm au lieu de 12,64 dm) pour deux raisons :

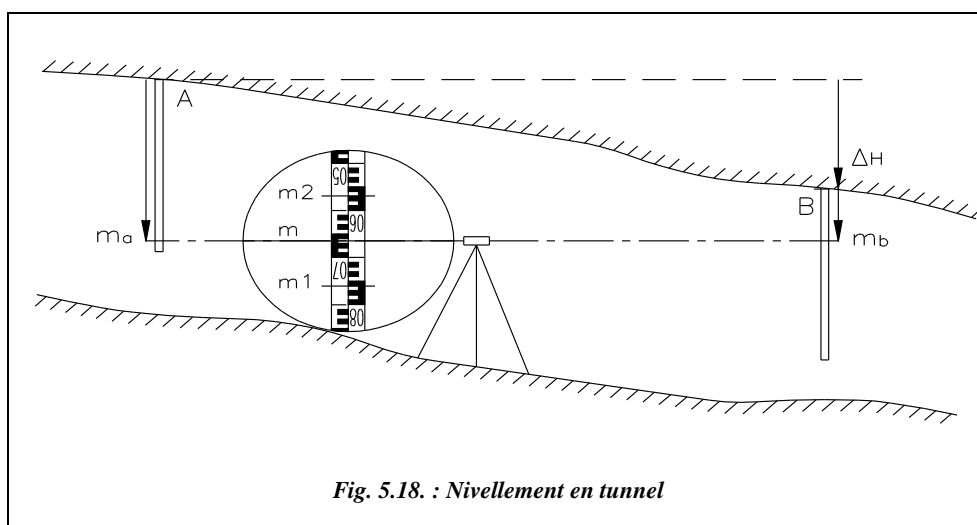
- cette notation permet de supprimer la virgule, souvent mal retranscrite ;
- elle offre une plus grande facilité dans les calculs si toutes les colonnes sont en millimètres, exceptée celle des altitudes qu'il suffira de diviser par 1 000 pour retrouver des mètres, ou bien de noter sans virgule, par exemple : 125 703.

Pensez à noter de même tous les chiffres lus sur la mire (par exemple 0 132 ) pour éviter les confusions d'unités.

## 1.7 Cas particuliers de cheminements

### 1.7.1 Points au-dessus du plan de visée

En nivellement souterrain, il arrive que les points à niveler soient situés au-dessus du plan de visée (fig. 5.18.).



Le porte-mire appuie la mire sur le point situé au-dessus du plan de visée : la mire est à l'envers. L'opérateur lit toujours sur les fils (s, n et s'), dans le sens de la chiffraison de la mire. Pour retrouver la convention adoptée (**Dénivelée = lecture arrière – lecture avant**), il suffit de considérer que les lectures faites avec une mire tenue à l'envers sont négatives. Elles seront donc précédées d'un signe moins sur le carnet de nivellement, ce

qui permettra de surcroît de les différencier des autres dans le cas où l'on vise alternativement des points situés en dessus ou en dessous du plan de visée. Si l'on progresse de A vers B (fig. 5.18.), on peut écrire :  $H_B = H_A + \Delta H_{AB} = H_A + (m_a - m_b)$ .

La dénivellée est bien négative (B est plus bas que A) puisque  $m_a < m_b < 0$ . On retrouve  $\Delta H_{AB} = (m_a - m_b)$ .

### 1.7.2 Points alternativement en dessus ou en dessous du plan de visée

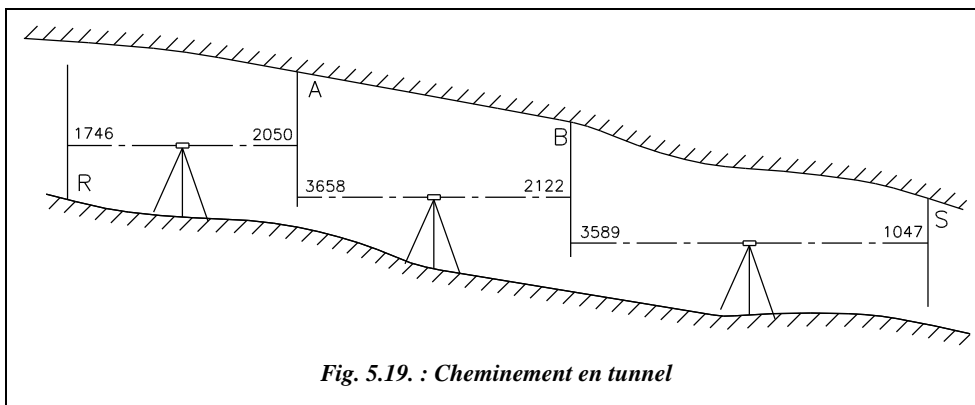


Fig. 5.19. : Cheminement en tunnel

#### Application

Quelle est l'altitude du point S si celle de la référence R est de 23,840 m (fig. 5.19.) ?

#### Réponse

Points	$m$ arrière (mm)	$m$ avant (mm)	Dénivellée $\Delta H$ (mm)	Altitude $H$ (m)
<b>R</b>	1 746			23,840
			3 796	
<b>A</b>	-3 658	-2 050		27,636
			-1 536	
<b>B</b>	-3 589	-2 122		26,100
			-2 542	
<b>S</b>		-1 047		23,558

### 1.7.3 Point nodal de cheminements

Le calcul de l'altitude d'un point nodal altimétrique se traite exactement comme celui des coordonnées planimétriques d'un point nodal (voir tome 2 chap. 2 , § 2 ).

Par exemple, trois demi-cheminements partant de trois points connus (A, B et C) aboutissent à un point nodal N d'altitude inconnue. Les calculs de chacun de ces trois cheminements donnent les résultats suivants :

- cheminement issu de A :  $H_{N_1} = 135,124$  m      tolérance  $\pm 16$  mm
- cheminement issu de B :  $H_{N_2} = 135,129$  m      tolérance  $\pm 14$  mm
- cheminement issu de C :  $H_{N_3} = 135,117$  m      tolérance  $\pm 18$  mm

L'altitude finale du point N et la tolérance sur la moyenne pondérée seront calculées comme suit :

$$H_N = \frac{\frac{135,124}{16^2} + \frac{135,129}{14^2} + \frac{135,117}{18^2}}{\frac{1}{16^2} + \frac{1}{14^2} + \frac{1}{18^2}} = 135,14 \text{ m} \quad T_m = \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{16^2} + \frac{1}{14^2} + \frac{1}{18^2}}} = \pm 9 \text{ mm} .$$

La tolérance sur l'écart entre la valeur moyenne et chaque détermination de  $H_N$  est :

- Écart  $H_{N_1} - H_N = 0$  mm pour une tolérance de  $T_1 = \sqrt{16^2 - T_m^2} = \pm 13$  mm ,
- Écart  $H_{N_2} - H_N = 4$  mm pour une tolérance de  $T_2 = \sqrt{14^2 - T_m^2} = \pm 11$  mm ,
- Écart  $H_{N_3} - H_N = -7$  mm pour une tolérance de  $T_3 = \sqrt{18^2 - T_m^2} = \pm 16$  mm .

Pour terminer, on calcule chaque demi-cheminement comme étant **encadré entre point de départ et point nodal**.



Les tableaux NODALNO.XLS et NODALP.XLS du cédérom permettent d'automatiser les calculs de points nodaux de nivellement, respectivement en nivellement ordinaire et en nivellement de précision.

## 1.8 Applications

### 1.8.1 Application 1

Les résultats du tableau suivant sont issus des observations depuis quatre stations de deux repères stables (A et B) distants de 60,80 m. Les stations 1, 2, 3, 4 sont alignées entre les repères. La première série de mesures (stations 1 et 2) a été surprenante, au point de susciter une deuxième série (stations 3 et 4). Tirez-en une conclusion<sup>1</sup>.

<sup>1</sup> Cet exercice est tiré d'une épreuve du BTS géomètre-topographe, session de 1994.

Stations	Points	Lectures arrière (mm)			Lectures avant (mm)		
		<i>s</i>	<i>n</i>	<i>s'</i>	<i>s</i>	<i>n</i>	<i>s'</i>
1	A	1 060	1 212	1 364			
	B				1 784	1 936	2 088
2	A	1 550	1 568	1 586			
	B				2 017	2 303	2 589
3	A	1 205	1 356	1 508			
	B				1 928	2 080	2 233
4	A	0 986	1 273	1 560			
	B				1 969	1 986	2 003

Réponse

Stat.	Pts	Lectures arrière (mm)			Vérif.	Lectures avant (mm)			Vérif.	Portée m	Dénivelée mm
		<i>s</i>	<i>n</i>	<i>s'</i>		<i>s</i>	<i>n</i>	<i>s'</i>			
1	A	1 060	1 212	1 364	0					30.4	-724
	B					1 784	1 936	2 088	0	30.4	
2	A	1 550	1 568	1 586	0					3.6	-735
	B					2 017	2 303	2 589	0	57.2	
3	A	1 205	1 356	1 508	0,5					30.3	-724
	B					1 928	2 080	2 233	0,5	30.5	
4	A	0 986	1 273	1 560	0					57.4	-713
	B					1 969	1 986	2 003	0	3.4	

Après vérification de la cohérence des lectures,  $n \approx (s'+s)/2$  (voir les colonnes Vérification du tableau), on peut conclure qu'il n'y a apparemment pas de faute de mesure. Or on constate que les dénivelées sont très différentes suivant que l'on stationne au milieu de AB (stations 1 et 3) ou plus près de A (station 2), ou encore plus près de B (station 4). Il y a donc vraisemblablement un défaut d'inclinaison de l'axe optique du niveau utilisé.

Calcul de cette inclinaison pour chaque série de mesures:

- Première série :  $\tan \varepsilon = (-735 - (-724))/(3\ 600 - 57\ 200)$  donc  $\varepsilon = 13,06$  mgon,
- Deuxième série :  $\tan \varepsilon = (-713 - (-724))/(57\ 400 - 3\ 400)$  donc  $\varepsilon = 12,97$  mgon.

**Conclusion** : la valeur de  $\varepsilon$  semble constante et vaut en moyenne 13 mgon. L'appareil vise trop haut ; l'erreur est importante car elle représente 6 mm à 30 m.

Si l'on veut utiliser cet appareil sans le régler, il faudra tenir compte de cette inclinaison pour tous les couples de points (arrière – avant) pour lesquels l'égalité des portées n'est pas respectée: ceci se fait en retirant à la lecture faite une valeur  $P \cdot \tan \varepsilon$ ,  $P$  étant la portée de la visée.

### 1.8.2 Application 2

Un nivellement par rayonnement est effectué avec le même instrument n'ayant subi aucun réglage. Déterminez l'altitude, au millimètre près, des points rayonnés  $I_1$  et  $I_2$ , sachant que l'altitude de  $R_1$  est de 124,248 m et que l'altitude de  $R_2$  est de 122,830 m.

Station	Points	Lectures arrière (mm)			Lectures avant (mm)		
		$s$	$n$	$s'$	$s$	$n$	$s'$
5	$R_1$	0 355	0 611	0 868			
	$I_1$				1 688	1 734	1 780
	$I_2$				0 417	0 566	0 716
	$R_2$				1 771	2 027	2 283

#### Réponse

Pt.	$s'/n/s$ mm	Vérif. mm	Dh m	Cor. mm	$s'/n/s$ mm	Vérif. mm	Dh m	Cor. mm	$\Delta H$ mm	H mm
$R_1$	0 868									124 248
	0 611	0,5	51,0	-10						
	0 355									
$I_1$					1 780					123 118
					1 734	0,0	9,2	-2	-1 131	
					1 688					
$I_2$					0 716					124 290
					0 566	0,5	29,9	-6	+41	
					0 417					
$R_2$					2 288					122 830
					2 031	0,5	51,5	-10	-1 420	
					1 773					
									$f_H = -2$ mm	

Comme il n'est pas satisfaisant de ne répartir la fermeture que sur la lecture avant sur  $R_2$ , on calcule l'altitude moyenne du plan de visée à partir des lectures corrigées sur  $R_1$



et  $R_2$ :  $H_{pv_1} = 124,248 + 0,611 - 0,01 = 124,849 \text{ m}$

$$H_{pv_2} = 122,830 + 2,031 - 0,01 = 124,851 \text{ m}$$

On trouve donc une altitude moyenne de **124,860 m** (fermeture de 2 mm), à partir de laquelle les points rayonnés sont calculés, soit :

$$H_{11} = 124,850 - (1,734 - 0,002) = 123,118 \text{ m}$$

$$H_{12} = 124,850 - (0,566 - 0,006) = 124,290 \text{ m.}$$

La colonne *vérif.* affiche la valeur de  $(s' + s)/2 - n$  : contrôle de la cohérence des données.

La colonne *portée* est l'évaluation de la portée par stadimétrie  $P = 100 \cdot (s' - s)$ .

La colonne *Cor.* est le calcul de la correction due à l'inclinaison  $\varepsilon$  à apporter à la lecture  $n$  :  $-P \cdot \tan \varepsilon$ .

La colonne  $\Delta H$  donne les dénivelées corrigées du défaut d'inclinaison de l'axe optique.

## 2 NIVELLEMENT DIRECT DE PRÉCISION

La précision de calage est obtenue par un compensateur très précis. Par exemple, pour le NA2, la précision de calage du compensateur est de l'ordre de  $\pm 0,09 \text{ mgon}$  sur une plage de débattement de  $\pm 55 \text{ cgon}$ .

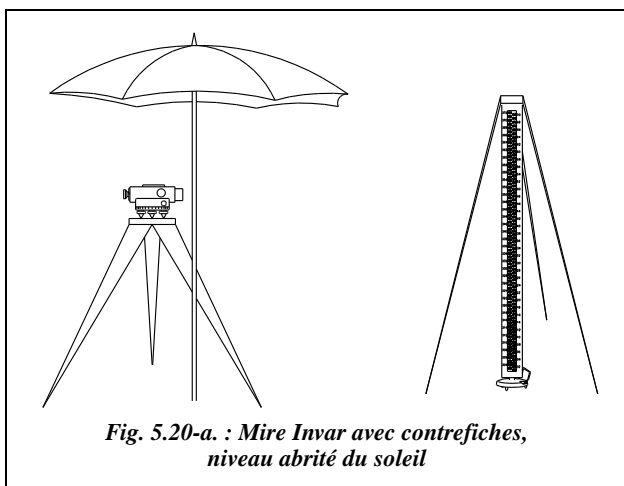
### 2.1 Niveaux de précision



Appelés fréquemment « niveaux d'ingénieur » dans les documentations techniques, les niveaux de précision diffèrent des niveaux ordinaires par :

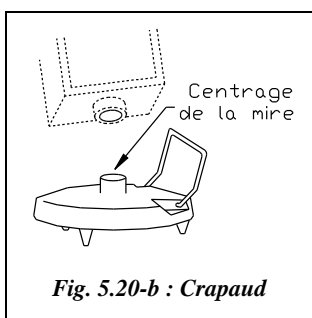
- un grossissement plus important permettant des visées plus précises :  $G = 30$  à  $35$  au lieu de  $20$  à  $25$  ;
- une meilleure précision de calage de l'axe principal :  $0,1''$ s à  $0,2''$  ( $1'' \approx 3 \text{ dmgon}$ ) ;
- un écart type plus faible (voir la classification et les caractéristiques au paragraphe 1.4.).

## 2.2 Mires



Les mires sont conçues comme les mires de nivellement ordinaire, mais leur étalonnage est régulièrement contrôlé au comparateur et elles sont munies de **contrefiches** qui maintiennent la mire stable en position verticale pendant la mesure (fig 5.20-a).

En nivellement de précision, l'emploi d'un parasol (fig. 5.20-a) est conseillé de manière à éviter les dérives dues aux fortes variations de température.

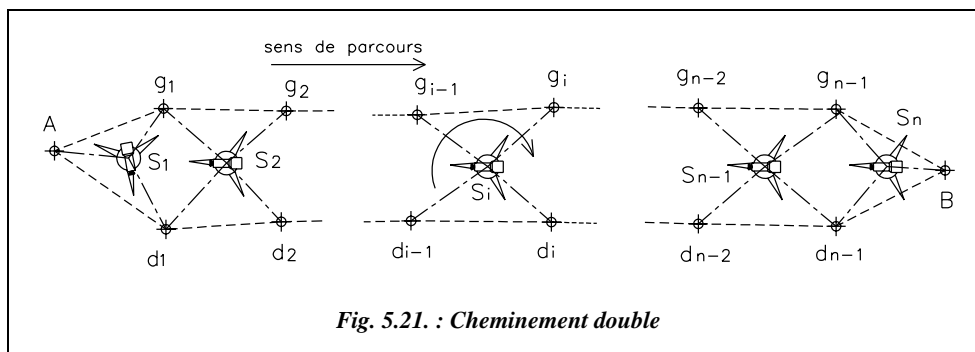


L'emploi des **crapauds** (fig. 5.20-b.) est conseillé sur les terrains durs pour obtenir des points d'appuis stables et précis et pour éviter les mouvements de mire lors de son retournement : c'est un socle en fonte muni à sa partie supérieure, d'une portée bombée destinée à recevoir la partie inférieure de la mire (qui elle-même peut comporter un élément de centrage).

Sur terrain meuble, on utilise des piquets enfoncés à refus.

## 2.3 Cheminement double

Pour déterminer avec précision la dénivelée entre deux points A et B sans pour autant faire un cheminement aller-retour, on emploie le cheminement double. Cette méthode consiste à **niveler simultanément deux cheminements parallèles voisins mais indépendants** (voir fig. 5.21.). Cela nécessite donc un opérateur, deux aides, deux mires et deux crapauds, chacun étant affecté à l'un des deux cheminements de manière à conserver l'**indépendance** des deux parcours : on peut, soit numéroter les crapauds et les mires, soit repérer un des aides porte-mire avec un vêtement spécial : on parle alors de la méthode du pantalon rouge, signe distinctif permettant de ne pas confondre les aides.



Cette méthode est également appelée **méthode Cholesky**, du nom de son inventeur. Elle consiste à lire à chaque visée les trois fils (niveleur et stadimétriques) sur chaque cheminement, soit douze lectures par station !

La description détaillée de la méthode est la suivante : les points (g) à gauche, (d) à droite, par rapport au sens de parcours sont placés en vis-à-vis à 50 cm environ l'un de l'autre, à l'aide de couples matérialisés par des crapauds ou par des piquets enfoncés à refus. L'égalité des portées est respectée au mieux (à 1 m près) par évaluation au pas du seul porte-mire.

À la station  $S_i$ , on lit successivement les points  $d_{i-1}$ ,  $g_{i-1}$ ,  $g_i$ ,  $d_i$ .

La méthode dite **Cholesky simplifiée** permet de faire moins de lectures, à savoir :

- les points de droite au trait niveleur et aux deux traits stadimétriques ; ceci permettra d'évaluer la longueur du parcours par stadimétrie et de détecter plus facilement une éventuelle faute de lecture ;
- les points de gauche au trait niveleur uniquement (« seulement » huit lectures par station).

À l'origine comme à l'extrémité, il faut placer chaque mire sur le point pour avoir deux mesures indépendantes.

**À chaque station :**

- vérifier que la lecture au trait niveleur est égale à la moyenne arithmétique des lectures aux traits stadimétriques ;
- effectuer le **contrôle de marche** : on peut calculer deux fois la dénivelée entre deux points jumelés (par exemple  $g_1$  et  $d_1$ ), une fois grâce aux lectures avant de la station précédente ( $S_1$ ) et une autre fois grâce aux lectures arrière de la station suivante ( $S_2$ ). On compare ensuite les résultats obtenus. Ce contrôle vérifie la stabilité des points d'une station à l'autre et permet de détecter immédiatement une faute de lecture. Dans

le cas de mires à double graduation, on contrôlera aussi la valeur du décalage entre les deux graduations de la mire Invar (voir § 3.2).

C'est l'écart entre les valeurs absolues des deux dénivelées indépendantes fournies par les cheminements gauche et droite reliant deux points A et B distants de 1 km qui est donné comme « écart type pour 1 km de cheminement double ». Si cet écart est inférieur à la tolérance, on prend comme valeur absolue de la dénivelée définitive la moyenne arithmétique des deux dénivelées.

Ci-dessous est donné un exemple de tableau de lecture avec ses contrôles.

St	Lectures arrières (mm)		Contrôle $\Delta H_{g-d}$	Lectures avant (mm)		Contrôle $\Delta H_{g-d}$	$\Delta H$ gauche (mm)	$\Delta H$ droite (mm)
	gauche	droite		gauche	droite			
<b>S<sub>1</sub></b>	$s' = 0\ 645$ $n = 0\ 535$ $s = 0\ 424$	$n = 0\ 535$	0 000	$s' = 1\ 700$ $n = 1\ 690$ $s = 1\ 679$	$n = 1\ 489$	0 201	-1 155	-0 954
<b>S<sub>2</sub></b>	$s' = 0\ 732$ $n = 0\ 612$ $s = 0\ 492$	$n = 0\ 411$	0 201	$s' = 1\ 934$ $n = 1\ 814$ $s = 1\ 694$	$n = 1\ 912$	-0 098	-1 202	-1 501
<b>Etc.</b>	....	....	....	....	....	....	....	....
<b>S<sub>n</sub></b>	$s' = 1\ 772$ $n = 1\ 642$ $s = 1\ 512$	$n = 1\ 511$	0 131	$s' = 1\ 184$ $n = 1\ 054$ $s = 0\ 924$	$n = 1\ 054$	0 000	0 588	0 457
						Somme	5 001	5 003

Les dénivelées gauche-droite en visée arrière à la première station et en visée avant à la dernière station doivent être nulles car il n'y a, à ces endroits, qu'un seul point, respectivement point de départ et point d'arrivée.

Le contrôle de marche sur les stations  $S_1$  et  $S_2$  se fait en comparant la dénivelée gauche-droite arrière à la dénivelée gauche-droite avant (dans notre exemple, 201 mm dans les deux cas).

On contrôle aussi que  $n \approx (s' + s)/2$ . On peut accessoirement contrôler l'égalité des portées par stadimétrie.

Le contrôle final global porte sur la somme des dénivelées du parcours de gauche qui doit être égale à la somme des dénivelés du parcours de droite.

### Remarque

Une autre méthode (plus longue car multipliant les mises en station par deux) consiste à n'utiliser qu'un seul cheminement de points mais en faisant deux stations entre chaque couple de points (fig. 5.21-a.). On utilisera toujours un opérateur avec un niveau, un aide avec une mire Invar, crapaud, etc.

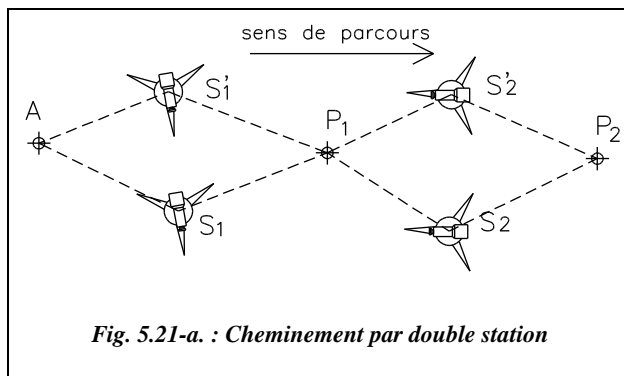


Fig. 5.21-a. : Cheminement par double station

## 2.4 Précision et tolérances d'un nivellement par cheminement

L'écart type au kilomètre de cheminement double est de l'ordre de  $\pm 1$  mm.

La norme DIN 18723 décrit les méthodes de mesure et de définition de ces écarts types pour un niveau. Les tolérances réglementaires sont données au paragraphe 1.3.5.

L'ordre de grandeur pour un nivellement de précision est :

- $T_{\Delta H} = \pm 13$  mm pour 1 km de cheminement avec portées moyennes supérieures à 30 m ;
- $T_{\Delta H} = \pm 16$  mm pour 1 km de cheminement avec 50 portées de 20 m (25 dénivelées).

## 3 NIVELLEMENT DIRECT DE HAUTE PRÉCISION

### 3.1 Niveaux de haute précision

Leurs caractéristiques sont légèrement meilleures que celles des meilleurs niveaux de précision dont ils se distinguent souvent par l'ajout d'un micromètre optique, seul système permettant d'apprécier le centième de millimètre dans les lectures sur la mire (voir la description § 3.3).



N3 Doc. Leica

Ainsi le NA2 auquel on ajoute un micromètre optique (appareil indépendant fixé sur le niveau) devient-il un niveau de haute précision.

Un des appareils les plus performants dans ce domaine est le N3: niveau à bulle torique à coïncidence, écart type de  $\pm 0,2$  mm pour 1 km de cheminement double, très peu sensible aux vibrations, champs magnétiques, etc., il dispose d'un micromètre optique incorporé visible dans le même oculaire que la bulle à coïncidence pour être sûr du réglage optimum à l'instant de la lecture.

Son calage est assuré par une nivelle torique de section parabolique de grande sensibilité ( $\pm 3$  mgon pour 2 mm). Cette nivelle est très précisément centrée par un système de mise en coïncidence des deux extrémités de la bulle (fig. 5.22.). La bulle est optiquement découpée par un système de prismes ; l'opérateur fait coïncider les deux demi-bulles qu'il voit dans le prisme central : à cet instant, la bulle est « parfaitement » centrée. La précision de calage est supérieure à celle d'un compensateur mais ce calage doit être effectué **avant chaque visée**, ce qui donne l'avantage de la rapidité au niveau automatique, actuellement le plus répandu.

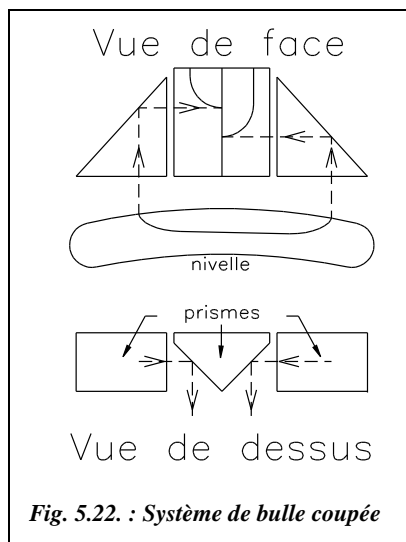


Fig. 5.22. : Système de bulle coupée

### 3.2 Mires de précision

La plus utilisée est la **mire Invar à double échelle** (fig. 5.23.). La graduation, dont les traits ont une forme oblongue particulière, est portée par un ruban de métal Invar (dilatation inférieure à  $1.10^{-6}/^{\circ}\text{C}$ ) de trois mètres de long, fixé au bas de la mire et maintenu sous tension constante par un ressort situé en partie supérieure. Les chiffres (en centimètre, fig. 5.23.) sont peints sur le support.

Les deux échelles (gauche et droite) du ruban sont décalées d'une constante connue (ou mesurable), de manière à contrôler les résultats et à détecter toute faute de lecture. Le décalage de la mire Wild par exemple, est égal à **301,55 cm**. L'inscription des divisions se fait au moyen d'un laser guidé par interférométrie de manière à optimiser les contours et à assurer des irrégularités inférieures à 0,01 mm.

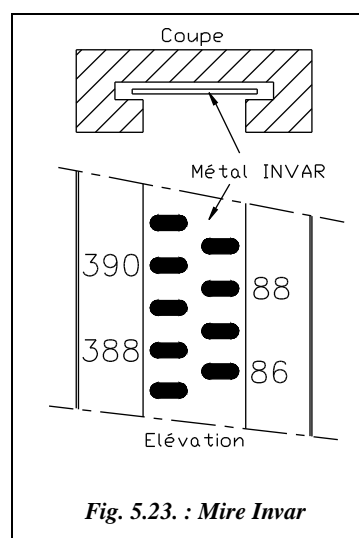


Fig. 5.23. : Mire Invar

Posée sur un socle spécial, ou crapaud, sur lequel elle se centre grâce à un cylindre de positionnement, la mire est calée verticalement par l'intermédiaire de sa nivelle sphérique, et maintenue immobile à l'aide de contrefiches (fig. 5.20-a.).

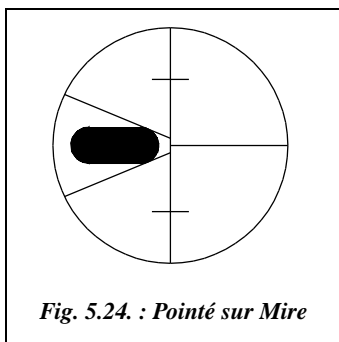


Fig. 5.24. : Pointé sur Mire

La forme oblongue des graduations permet un pointé par tangence du coin formé par la partie gauche des fils du réticule des niveaux de précision (voir fig. 5.24.). Ceci donne une précision de pointé meilleure que le simple alignement ou que l'encadrement.

Attention à la **tenue de la mire** et à la **stabilité des points** : on cherche à approcher le centième de millimètre. De même, veillez à ne pas provoquer l'enfoncement des crapauds en posant la mire brutalement ou en marchant près du crapaud sur un sol meuble.

### 3.3 Lectures sur mire avec micromètre optique

Une des limites de la précision du nivellement est la capacité humaine à apprécier une valeur au millimètre près sur une mire graduée en centimètre. L'appréciation dépend de l'acuité visuelle de l'opérateur et reste subjective. Le micromètre optique permet d'améliorer la précision en fournissant un appoint de lecture jusqu'au centième de millimètre.

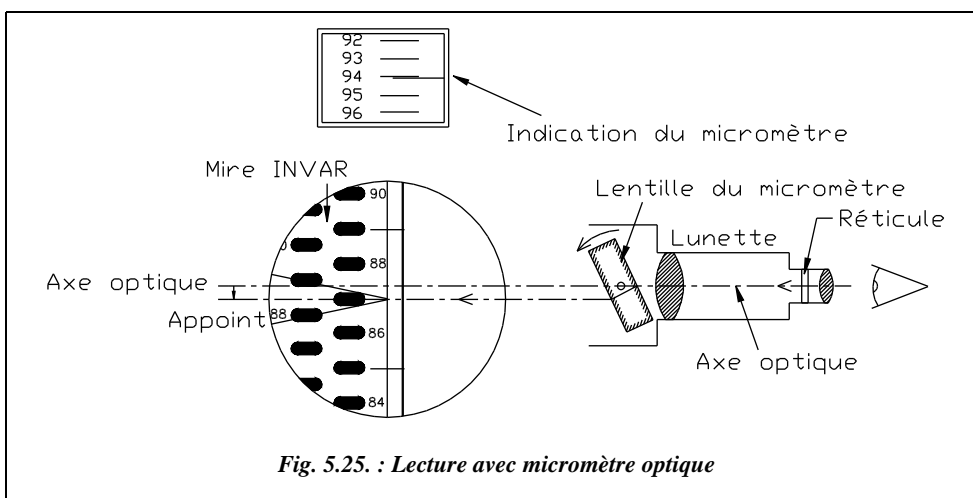


Fig. 5.25. : Lecture avec micromètre optique

Le **principe** du micromètre optique est le suivant (fig. 5.25.) : une lame de verre à faces parallèles, inclinable par rotation autour d'un axe horizontal lié à l'appareil, déplace l'axe optique **parallèlement à lui-même** (suivant la verticale) de la valeur de l'appoint à évaluer sur la mire. Ce déplacement est piloté par l'opérateur. La valeur de la rotation est

traduite par le mécanisme du micromètre en une longueur de déplacement vertical, affichée dans un oculaire placé généralement à côté de l'oculaire de visée. Sur la figure 5.25., on lit par exemple 87,941 cm.

#### Remarque

La valeur 87,941 cm ne correspond pas à la position réelle du fil niveleur sur la mire ; cette dernière est de l'ordre de 87,5 cm. Il existe donc une constante qui est introduite de manière à ne lire que des quantités positives sur l'écran du micromètre. Cette constante s'élimine par différence lors du calcul des dénivelées.

En pratique, il n'y a pas d'ambiguïté sur le choix du fil à pointer car le **débattement du micromètre n'est que de 10 mm** ; en effet, il n'existe à chaque visée **qu'une seule graduation accessible** par le déplacement apparent du réticule.

### 3.4 Les cheminements de haute précision

Les portées ne doivent pas excéder 35 m, l'égalité des portées étant réalisée à 1 m près.

#### 3.4.1 Cheminements aller et retour

Il s'agit d'observer le cheminement dans les deux sens, sur crapauds, ou mieux, sur piquets métalliques enfoncés à refus.

À chaque station, il faut lire les deux échelles de deux mires Invar, placées l'une à l'avant, l'autre à l'arrière, en inversant les mires. Si l'aller et le retour ont lieu sur les mêmes points (piquets stables), chaque dénivelée fait l'objet de **quatre déterminations indépendantes**, ce qui améliore la précision.

#### 3.4.2 Nivellement double

Le principe reste celui exposé au paragraphe 2.3. en effectuant des lectures **sur les deux graduations des deux mires** Invar, soient 24 lectures par station. L'opérateur commence généralement par faire un tour d'horizon des mires posées sur les points di-1, gi-1, gi et di en sens horaire (voir fig. 5.21.) . Puis l'opérateur inverse le sens de rotation pour lire les mires sur les points di, gi, gi-1 et di-1 : ceci permet de limiter l'effet des rattrapages de jeu dans le mécanisme de guidage en rotation.

Comme dans toutes les méthodes utilisant deux mires, la « mire arrière » devient « mire avant » à la dénivelée suivante et réciproquement, afin d'éliminer une éventuelle **erreur systématique au talon de la mire**.

Pour réduire le nombre considérable de lectures, on utilise la **méthode Merlin**, dérivée de la méthode Cholesky : elle consiste à ne lire qu'un seul des deux fils stadimétriques ( $s'$  ou  $s$  au lieu de  $s'$  et  $s$ ), la portée étant alors évaluée par  $P = 200.(s' - n)$  ou bien  $P = 200.(n - s)$ . Il ne reste plus que 16 lectures !



Il est encore possible de réduire ce nombre en ne lisant les fils stadimétriques que sur une seule des deux échelles (gauche ou droite). Par exemple, pour chacun des deux chemine-  
ments indépendants, les lectures sont les suivantes : fils  $s'$  et  $n$  sur la graduation de gauche  
de la mire, fils  $n$  sur la graduation de droite, ce qui réduit le nombre de lectures à 12 par  
station.

Et, à chaque station, on doit toujours :

- effectuer le **contrôle de marche** et la vérification de la cohérence des couples stadi-  
métriques et niveleur ;
- vérifier l'**écart d'échelle**, c'est-à-dire (fil niveleur gauche) – (fil niveleur droite)  $\approx$   
301,55 cm pour les mires Invar Wild.



Le tableau NIMINA2.XLS, fourni sur le cédérom, permet de calculer un chemi-  
nement simple de précision.

### 3.5 Erreurs à prendre en compte

La précision recherchée étant importante, il faut prendre en compte de nouvelles sources  
d'erreur qui peuvent être négligées en nivellement ordinaire ou en nivellement de préci-  
sion. À l'inverse, les erreurs systématiques citées pour le nivellement ordinaire sont  
pratiquement éliminées par les méthodes et les appareils utilisés.

#### 3.5.1 Erreur de niveau apparent

Ce phénomène est étudié en détail dans le chapitre 6 sur le nivellement indirect, para-  
graphe 5. Les formules qui y sont démontrées restent valables dans le cas du nivellement  
direct avec un angle zénithal  $V$  égal à 100 gon.

La réfraction atmosphérique incurve le trajet des rayons optiques vers le sol et diminue  
la lecture sur la mire. La courbure de la terre augmente la lecture sur la mire. La  
combinaison des deux erreurs, qui vont en sens inverse l'une de l'autre, est nommée  
**erreur de niveau apparent**. La correction de niveau apparent  $Cna$  à apporter à toute  
dénivelée est **toujours positive**. Pour une portée  $P$  en kilomètres,  $Cna$  exprimée en  
mètres vaut :

$$\Delta H_{réel} = \Delta H_{observé} + Cna \text{ et } Cna = \frac{P_{km}^2}{15,2} \text{ en mètres.}$$

L'ordre de grandeur de cette correction est de 0,1 mm à 35 m.

Ceci étant comparable à la précision recherchée en nivellement de haute précision, le  
phénomène ne peut plus être négligé. En fait, en raison de sa nature, cette erreur est  
**éliminée par l'égalité des portées**. Elle pourra donc être négligée, sauf pour les points  
rayonnés pour lesquels la portée avant serait différente de la portée arrière de plus de  
15 m.

Le fait de ne pas faire de portées de plus de 30 m permet aussi **de minimiser les phénomènes de réfraction asymétrique** (modification du coefficient de réfraction d'un point à l'autre d'un cheminement). Il faut aussi éviter les visées rasantes, les visées trop dissymétriques (une lecture très haute sur la mire suivie d'une lecture très basse), les visées par fort flamboiement de l'air, les visées proches d'objets massifs dont la température peut être très différente de l'air ambiant (cours d'eau, rochers, murs...).

### 3.5.2 Erreur de calage du compensateur d'un niveau automatique

Le compensateur étant lié à l'axe optique (O) de la lunette, **son erreur de calage  $e$  a le même signe que l'inclinaison  $i$  de l'axe optique sur l'horizontale**. Comme l'axe optique est perpendiculaire à l'axe principal (P), le défaut de verticalité de ce dernier est aussi égal à  $i$ .

Dans le cas de la figure 5.26., le compensateur ne « relève pas assez la visée » lors de la visée sur le point B pour rétablir son horizontalité. Il subsiste une erreur  $e = m'_b - m_b$ .

Si l'on retourne l'appareil pour viser A, le compensateur « n'abaissera pas suffisamment la visée » et il subsistera une erreur  $e = m'_a - m_a$ .

L'erreur de calage du compensateur sera donc positive vers l'arrière (sur l'exemple, fig. 5.26.) et négative vers l'avant, engendrant des erreurs  $e$  opposées **si les portées sont égales**.

Il apparaît une erreur sur la dénivelée ayant pour valeur :

$$\Delta H'_{AB} = (m'_a - m'_b) = (m_a + e) - (m_b - e) = (m_a - m_b) + 2e = \Delta H_{AB} + 2e$$

Si la même erreur se cumule sur plusieurs dénivelées, elle devient trop importante sur le cheminement complet.

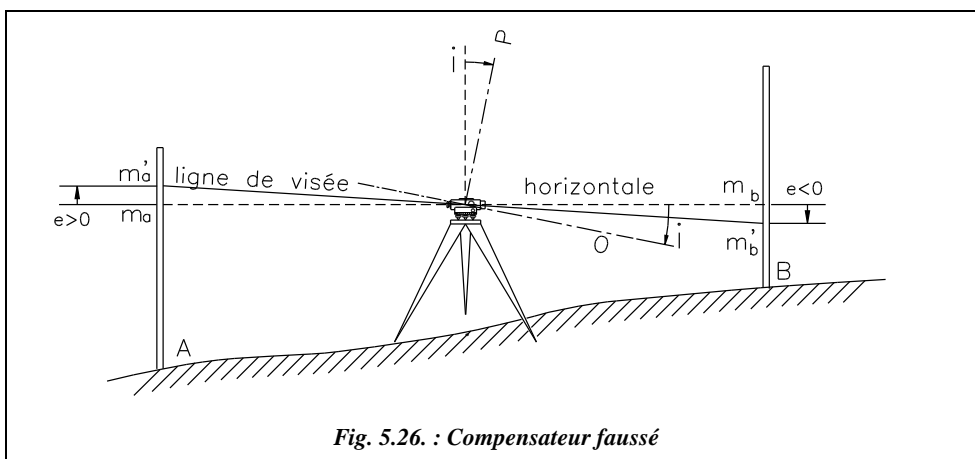
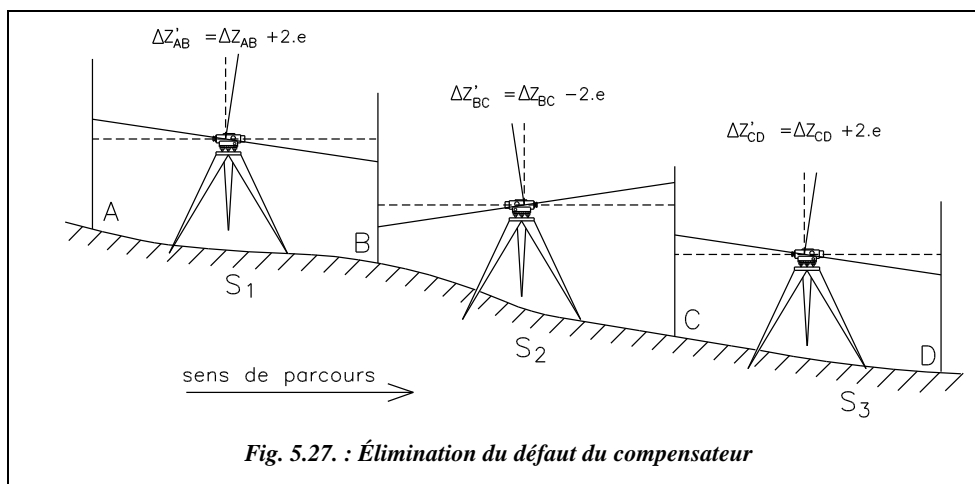


Fig. 5.26. : Compensateur faussé

On peut tout de même minimiser l'effet de cette erreur en procédant comme schématisé sur la figure 5.27. :



Le défaut de calage du compensateur a toujours le même sens par rapport à l'appareil. Pour inverser le sens de l'erreur  $2e$ , il suffit de caler l'axe vertical une fois « à gauche » et une fois « à droite » de la verticale réelle (si l'on se réfère à la figure 5.26. sur laquelle il est « à droite » et si l'on raisonne dans le plan de la figure). On obtient ainsi un effet de compensation toutes les deux dénivelées, comme schématisé sur la figure 5.27.

La nivelle sphérique occupant une position fixe sur le niveau par rapport à l'axe optique, l'opérateur s'arrange pour caler l'appareil une fois sur deux dans la même position (par exemple, nivelle à gauche du sens de parcours) et alternativement dans la position diamétralement opposée. L'erreur  $e$  change de signe et s'annule toutes les deux dénivelées.

- Aux stations impaires, par exemple, l'opérateur dirige la lunette vers la mire arrière **avant de caler la nivelle sphérique.**
- Aux stations paires, l'opérateur dirige la lunette vers la mire avant **puis cale la nivelle sphérique.**

**Si toutes les portées sont sensiblement égales**, l'erreur due au dérèglement du compensateur s'élimine toutes les deux stations.

On notera une certaine méfiance des professionnels vis-à-vis des pendules des niveaux automatiques, qui subiraient l'influence d'un environnement métallique ou électrique.

### 3.5.3 Tolérances d'un cheminement de haute précision

L'écart type sur un kilomètre de cheminement double en haute précision est de l'ordre de  $\pm 0,2$  à  $\pm 0,7$  mm.

Les tolérances sont données au paragraphe 1.3.5. L'ordre de grandeur en nivellement de haute précision est le suivant :

- $T_{\Delta H} = \pm 8$  mm pour 1 km de cheminement avec portées moyennes supérieures à 30 m.
- $T_{\Delta H} = \pm 10$  mm pour 1 km de cheminement avec 50 portées de 20 m (25 dénivelées).

### 3.6 Classement des niveaux en fonction de l'ordre du nivellement

Les nivellements se classent suivant le degré de précision requis. Chaque ordre est associé à un degré de précision que l'on peut rapprocher de l'écart type constructeur de chaque appareil. La progression suivante est habituellement utilisée en France.

Ordre	Précision (mm / km)	Niveaux de la gamme Leica
I	$\pm (0,1 \text{ à } 0,5)$	Mire Invar obligatoire. N3, NA2 avec micromètre, NA3000 (numérique).
II	$\pm (0,5 \text{ à } 1,0)$	NA2 sans micromètre, NA2002 avec mire Invar à codes-barres
III	$\pm (1,0 \text{ à } 1,5)$	Avec mire de nivellement NA3000, NA2002, NA28, NA828.
IV	$\pm (1,5 \text{ à } 2,0)$	NA24, NA824, Kernlevel, NA20.

Les précisions (ou écarts types) sont toujours donnés pour 1 km de nivellement double.

## 4 LES NIVEAUX NUMÉRIQUES



NA3003. Doc. Leica

Cette technique est très récente pour le nivellement : le niveau numérique NA2000 de Leica à lecture sur mire à codes-barres est commercialisé depuis 1990 (la première évolution en NA2002 date de 1993).

## 4.1 Principe

La lecture sur la mire est prise en charge par un système de reconnaissance d'une **portion de code-barre** lue sur une mire spécifique (voir fig. 5.28.). L'image de la mire utilisée est mémorisée dans l'appareil (sous forme numérique) et ce dernier détecte l'endroit de la mire sur lequel pointe l'opérateur par comparaison entre l'image numérisée du secteur de mire visible et l'image virtuelle en mémoire morte.

Cette phase de **corrélation** permet de mesurer la lecture sur la mire et l'éloignement de la mire à l'appareil (distance horizontale station-mire) avec une précision allant jusqu'à  $\pm 0,01$  mm sur la hauteur, et de l'ordre de  $\pm 1$  à  $\pm 5$  cm sur la distance horizontale et sur des portées classiques jusqu'à 30 m ( $\pm 3$  à  $\pm 5$  mm à 10 m, précision comparable à celle d'un ruban de classe III).

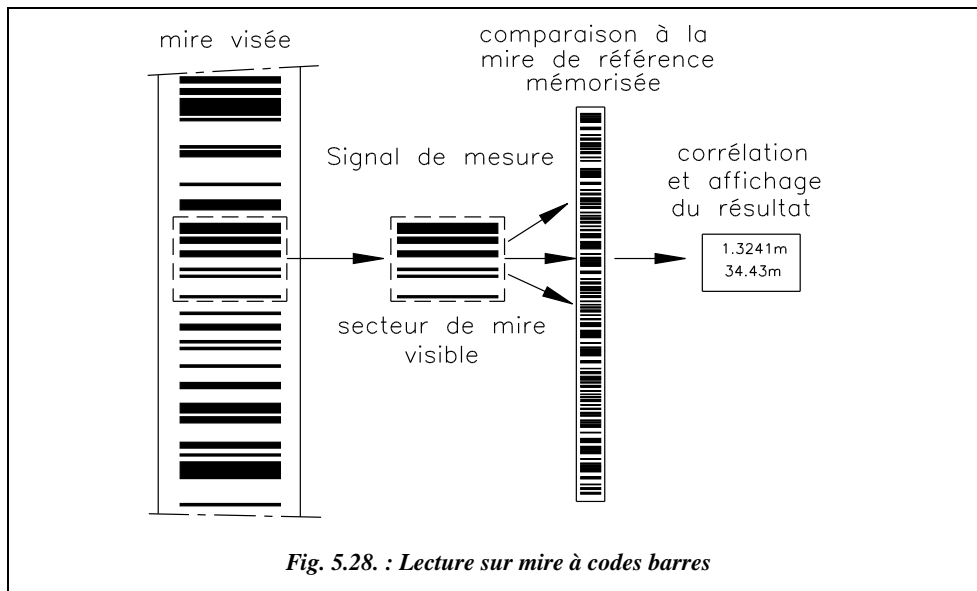


Fig. 5.28. : Lecture sur mire à codes barres

Le faisceau lumineux **issu de la mire** est séparé dans le répartiteur optique de l'appareil en un faisceau de lumière visible pour l'opérateur et en un faisceau de **lumière infra-rouge** qui est dévié vers une photodiode pour les mesures.

L'ensemble d'une **séquence de mesure** se découpe en quatre étapes pour un temps total inférieur à trois secondes:

- visée et mise au point (par l'opérateur),
- déclenchement de la mesure numérique (l'appareil active automatiquement le contrôle du compensateur),

- lecture de la mire (de 0,004 à 1 seconde en fonction de la distance de la mire).
- corrélation approximative (de 0,3 à 1 seconde),
- corrélation fine (de 0,5 à 1 seconde) et affichage de lecture et de la distance.

Le principal avantage est **d'éliminer toute faute de lecture ou de retranscription** due à l'opérateur, et de pouvoir enchaîner directement les mesures de terrain par un **traitement informatique**. Le gain de temps, estimé à 50 % par le constructeur, autorise donc un amortissement rapide de l'appareil.

La rapidité est assurée par le fait que la précision de la mesure ne dépend pas de la qualité de la mise au point et que le centrage du fil vertical du réticule sur la mire peut être approximatif (voir limites au paragraphe 4.2.). L'opérateur pointe donc plus rapidement. La qualité de la mise au point influence cependant le temps de mesure en augmentant le temps de corrélation.

De nombreux programmes permettent d'automatiser le nivellement : par exemple, le calcul de contrôle de marche automatique lors d'un cheminement double, ou les calculs d'aide à l'implantation, ou le réglage de l'appareil (mesure et prise en compte de l'inclinaison de l'axe optique).

La mesure de distance est plus précise que par stadimétrie mais n'est utilisable que sur de petites portées. Cela offre la possibilité d'utiliser ces appareils pour des levés de détail « grossiers » d'avant-projets (courbes de niveaux, etc.) ou des implantations planimétriques nécessitant peu de précision (terrassements, etc.) grâce à leur cercle horizontal.

## 4.2 Limites d'emploi

La **largeur de mire minimale à intercepter** est de 14 mm à 100 m (ou 0,3 mm à 2 m). La largeur du code d'une mire standard étant de 50 mm (22 mm pour les mires Invar), ceci laisse à l'opérateur une importante marge de manœuvre dans le centrage de la mire.

**L'orientation de la mire** vers le niveau autorise une rotation allant jusqu'à 50 gon autour de son axe vertical.

Le flamboiement de l'air perturbe le système de mesure puisqu'il provoque une diminution du contraste de l'image. Les perturbations du compensateur dues à des vibrations, champs magnétiques, etc. est le même que sur les autres niveaux automatiques. Un programme de **mesures répétitives** permet de réaliser une série de mesures, d'en afficher directement la moyenne ainsi que l'écart type afin d'apprécier immédiatement la précision de mesure.

Les **variations d'éclairage** de la mire sont prises en compte par le système de mesure (zones d'ombre sur la mire). Le temps de mesure peut être augmenté en cas de mauvaises conditions de luminosité.

L'appareil ne peut pas mesurer sous une lumière artificielle dépourvue de composante infrarouge.

Pour le **recouvrement de la mire**, la portion de code-barre minimale de la mire nécessaire à la lecture automatique est de **30 éléments de code**, soit une projection de **70 mm** du code-mire sur le détecteur (un élément de base mesure 2,025 mm ; une mire comporte 2 000 éléments répartis sur 4,05 m). Le logiciel de corrélation est capable d'identifier une zone couverte (branchages, etc.) en fonction des zones adjacentes et de corriger un recouvrement. Le **seuil de fiabilité des mesures** a été fixé à **20 % de recouvrement** au maximum.

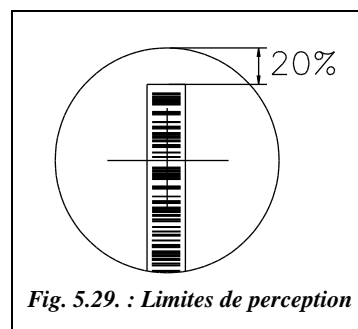


Fig. 5.29. : Limites de perception

De même, en nivellement de précision, il faut limiter la zone libre au-dessus de la mire à 20 % de la hauteur interceptée pour conserver une bonne précision de corrélation (voir fig. 5.29.).

### 4.3 CARACTÉRISTIQUES DES NIVEAUX NUMÉRIQUES<sup>1</sup>

Le tableau suivant détaille les caractéristiques des niveaux numériques Leica.

Modèle	NA2002	NA3003
Écart type (mm / 1 km chem. double avec mire Invar)	± 0,9	± 0,4
Plage de mesure	1,8 à 60 m	1,8 m à 60 m
Résolution de la dénivelée	0,1 mm	0,01 mm
Précision sur la distance à 10 m	3 à 5 mm	3 à 5 mm
Temps de mesure	4 s	4 s
Grossissement	24	24
Champ à 100 m (m)	3,5	3,5
Précision de calage (dmgon)	± 2	± 1
Plage de débattement (cgon)	± 20	± 20
Sensibilité de la nivelle sphérique (cgon / 2 mm)	13	13
Masse (kg)	2,5	2,5

Le NA3003 est un niveau numérique de précision utilisable en nivellement jusqu'à l'ordre I (voir § 3.6). Le NA2002 est un niveau numérique d'ingénieur utilisable en nivellement jusqu'à l'ordre II, avec mire Invar à code-barre.

<sup>1</sup> Les modèles détaillés dans le tableau sont ceux de la gamme Leica, première entreprise à avoir breveté cette technologie.

On peut ajouter à cette gamme d'appareils numériques le modèle RENI 002A, de Zeiss, qui est un niveau à bulle semi-automatique de haute précision, dont seule la lecture de **l'appoint micrométrique est enregistrée numériquement**. L'opérateur entre manuellement les valeurs entières lues sur la mire.

**Remarque** 

La possibilité de lecture automatique de ces appareils permet d'envisager un emploi en mode automatique pour une surveillance d'ouvrage. Ils sont alors dotés d'un dispositif de mise au point automatique et couplés à un dispositif d'enregistrement et/ou de transmission de données.