

3

MESURES ANGULAIRES

La mesure d'angles est toujours indispensable en topographie. Par rapport aux mesures de distance au moyen de technologies modernes (IMEL, chap. 4 § 6 ou GPS, chap. 7 § 1), les mesures angulaires gardent l'avantage d'être d'autant plus précises que les portées de mesures sont longues.

1 LE THÉODOLITE OPTICO-MÉCANIQUE

Un **théodolite** est un appareil permettant de mesurer des **angles horizontaux** (angles projetés dans un plan horizontal) et des **angles verticaux** (angles projetés dans un plan vertical).

Le terme théodolite « optico-mécanique » regroupe l'ensemble des appareils à lecture « mécanique » par vernier gradué en comparaison aux appareils « optico-électroniques », appelés aussi stations, dont la lecture se fait sur un écran à affichage numérique et qui intègrent souvent un **appareil de mesure électronique des distances** (IMEL).

La mécanique de base des stations électroniques est souvent la même que celle des théodolites classiques. Par exemple, le modèle T2000 de Leica est une station électronique de précision bâtie sur la base du T2 mécanique. Les précisions de lecture angulaire sont donc comparables : l'**écart type** (tome 2 chap. 5 § 12) constructeur pour une mesure angulaire sur une direction est de $\pm 2,5$ dmgon sur un T2 et de $\pm 1,5$ dmgon sur un T2000.

1.1 Terminologie

Rappelons quelques définitions.

Un **goniomètre** permet de mesurer des angles horizontaux (appelés aussi angles azimutaux) ou verticaux.

Un **cercle** permet la mesure d'angles horizontaux uniquement.

L'**éclimètre** mesure des angles verticaux uniquement.

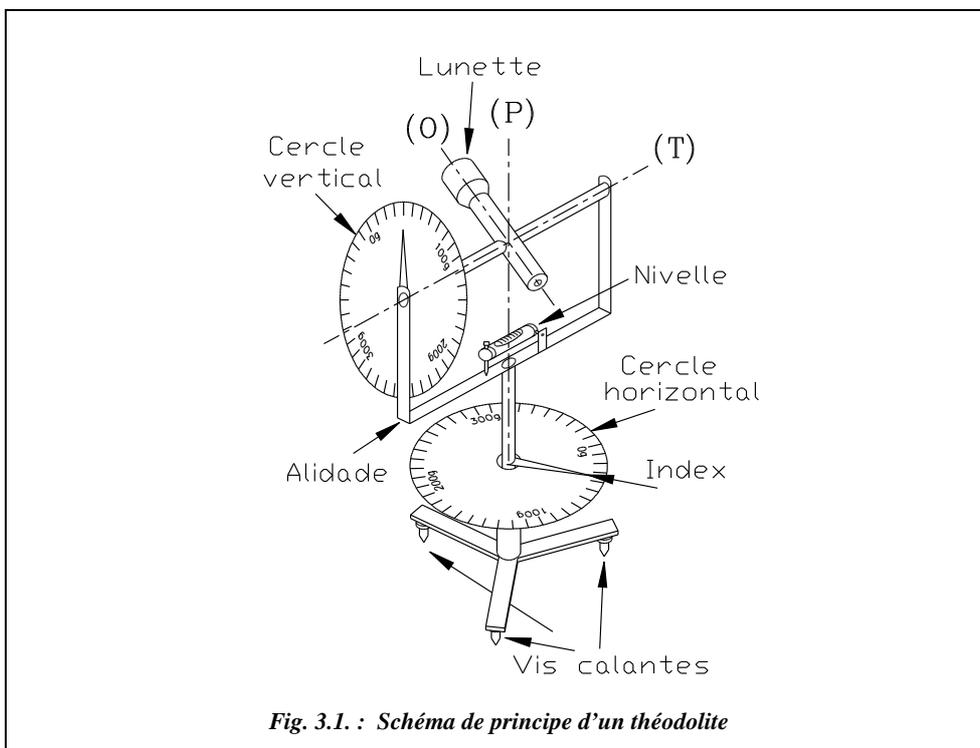
Le **clisimètre** permet la mesure directe de pentes avec une précision de 0,5 %.

Le **tachéomètre** est un théodolite couplé à un système de mesure de distances (du grec *tachéo*, qui signifie rapide). On distingue :

- le **tachéomètre à diagramme** est un ancien modèle mécanique à utiliser avec des mires spéciales. La précision espérée sur une mesure de distance est de l'ordre de ± 14 cm pour une distance de 50 m (chap. 4 § 4. et 5).
- le **tachéomètre électronique** est un théodolite couplé à un instrument de mesure électronique des longueurs (IMEL, voir la précision de ce type d'appareil au chapitre 4, paragraphe 6.3.).

1.2 Principe de fonctionnement

La figure 3.1 montre le schéma de principe du fonctionnement d'un théodolite.



- (P) : **axe principal**, il doit être vertical après la mise en station du théodolite et doit passer par le centre de la graduation horizontale (et le point stationné).
- (T) : **axe secondaire** (ou **axe des tourillons**), il est perpendiculaire à (P) et doit passer au centre de la graduation verticale.
- (O) : **axe optique** (ou **axe de visée**), il doit toujours être perpendiculaire à (T), les trois axes (P), (T) et (O) devant être concourants.
- **L'alidade** : c'est un ensemble mobile autour de l'axe principal (P) comprenant le cercle vertical, la lunette, la nivelle torique d'alidade et les dispositifs de lecture (symbolisés ici par des index).
- Le **cercle vertical** (graduation verticale). Il est solidaire de la lunette et pivote autour de l'axe des tourillons (T).
- Le **cercle horizontal** ou **limbe** (graduation horizontale). Il est le plus souvent fixe par rapport à l'embase mais il peut être solidarisé à l'alidade par un système d'embrayage (T16) : on parle alors de **mouvement général** de l'alidade et du cercle autour de (P) ; c'est le mouvement utilisé lors du positionnement du zéro du cercle sur un point donné. Lorsqu'il est fixe par rapport au socle, on parle de **mouvement particulier** : c'est le mouvement utilisé lors des lectures angulaires. Sur le T2, un système de vis sans fin permet d'entraîner le cercle et de positionner son zéro.

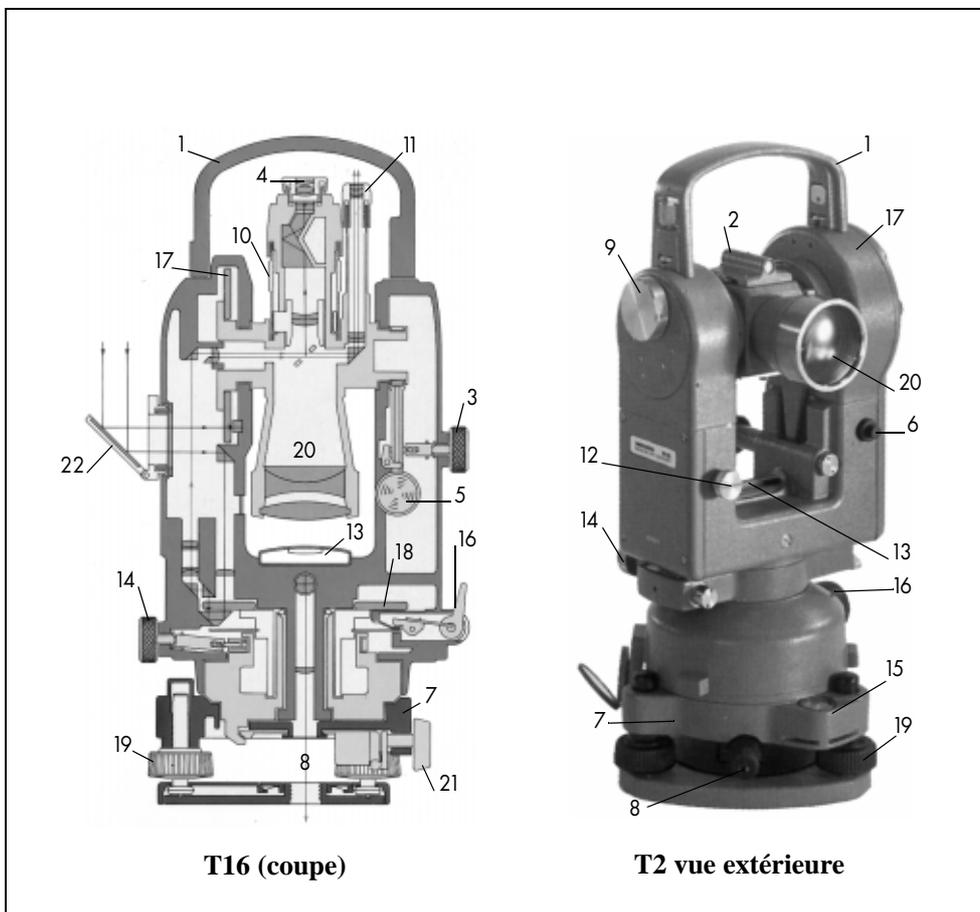
1.3 Caractéristiques des théodolites optico-mécaniques

Les caractéristiques des théodolites optico-mécaniques données par les constructeurs sont les suivantes¹ :

Modèles (gamme Leica)	T05	T06	T1	T16	T2
Écart type (mgon)	± 3	± 3	± 1	± 1	± 0,25
Lecture directe (mgon)	10	10	2	5	0,1
Lecture estimée (mgon)	2	2	1	1	-
Grossissement	19 ×	30 ×	30 ×	30 ×	30 ×
Champ à 100 m (m)	3,9	27	27	27	29
Constante stadimétrique	100	100	100	100	100
Constante d'addition	0	0	0	0	0
Sensib. niv. sphérique (cgon/2 mm)	19	19	15	15	15
Sensib. niv. torique (mgon/2 mm)	19	19	9	9	6
Précision calage index vertical mgon	-	-	± 0,3	± 0,3	± 0,1
Plage de débattement (calage) cgon	-	-	± 4	± 9	± 9

¹ Les termes employés dans ce tableau sont détaillés dans la suite du chapitre. Pour les termes concernant la lunette de visée, voir le chapitre 5, paragraphe 1.2.4.

Ci-dessous deux théodolites Wild (Doc. Leica).



Légende

1. Poignée amovible	12. Commutateur de lecture Hz-V
2. Viseur d'approche	13. Nivelles d'alidade
3. Vis de blocage de la lunette	14. Vis d'alidade de fin pointé
4. Oculaire de la lunette	15. Nivelles sphériques
5. Vis de fin pointé	16. Débrayage du limbe (T16)
6. Contrôle d'automatisme	17. Cercle vertical
7. Embase amovible	18. Cercle horizontal
8. Plomb optique	19. Vis calantes
9. Micromètre optique	20. Objectif
10. Bague de mise au point	21. Blocage de l'embase
11. Microscope de lecture	22. Éclairage des cercles

2 MISE EN STATION D'UN THÉODOLITE : RÉGLAGES, LECTURES

2.1 Mise en station

La mise en station d'un théodolite consiste à caler l'axe principal à la verticale d'un point de station donné. La méthode de mise en station détaillée dans ce paragraphe suppose l'utilisation d'un trépied classique (par comparaison au trépied centrant Kern). Elle donne toutefois le principe de base commun à tous les types de trépieds. Cette méthode évite l'emploi du fil à plomb qui, dans la pratique, est peu commode : trop sensible, inutilisable dans un vent même faible et le plus souvent introuvable...

2.1.1 Mise à hauteur du trépied

La mise à hauteur du trépied s'effectue comme suit :

- Fixez l'appareil sur le trépied en prenant soin de vérifier que les trois vis calantes sont à peu près à mi-course.
- Réglez l'oculaire à la hauteur des yeux de l'opérateur (ou mieux, légèrement en dessous de cette hauteur : il est plus facile de se baisser que de se hausser). Profitez-en pour régler la netteté du réticule de visée. Pour cela, utilisez les graduations en dioptries de l'oculaire.

2.1.2 Calage grossier d'approche

- **Si vous devez mettre en station sur un point donné** : soulevez deux pieds du trépied tout en regardant dans le plomb optique et déplacez l'ensemble afin de positionner le plomb optique près du point de mise en station (inutile à ce stade de le positionner exactement sur le point). Enfoncez ensuite les pieds dans le sol puis **positionnez le plomb optique exactement sur le point au moyen des trois vis calantes**. À cet instant, l'axe principal passe par le point de station mais n'est pas vertical.
- **Si vous ne devez pas mettre en station sur un point donné** (station libre) : reculez-vous pour vérifier que l'appareil est à peu près vertical, puis enfoncez les pieds du trépied dans le sol.
- **Si vous devez mettre en station sous un point donné**, utilisez soit un fil à plomb pendant depuis le point « au plafond » jusqu'au repère situé sur le dessus de la lunette du théodolite (en position de référence), soit un viseur zénithal.

2.1.3 Calage grossier au moyen de la nivelle sphérique

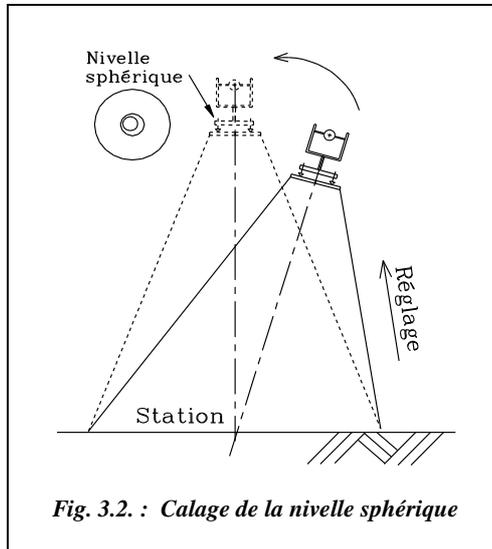


Fig. 3.2. : Calage de la nivelle sphérique

- Si vous devez mettre en station sur un point donné : calez la nivelle sphérique **au moyen des pieds du trépied**. Posez un pied sur une jambe du trépied puis faites-la coulisser jusqu'à centrer la bulle de la nivelle. En pratique, il faut intervenir sur plusieurs pieds l'un après l'autre (agir sur le pied vers lequel semble aller la bulle et recentrez-la ou ramenez-la vers un autre pied, et agir ensuite sur ce pied, etc.).
- **Si vous ne devez pas mettre en station sur un point donné** : calez directement la nivelle sphérique avec les trois vis calantes.

À la fin de cette phase, la nivelle sphérique est centrée et le plomb optique ne doit pas avoir bougé du point de mise en station puisque l'axe principal (P) de l'appareil pivote autour du point stationné (fig. 3.2).

2.1.4 Calage fin dans une direction au moyen de la nivelle torique

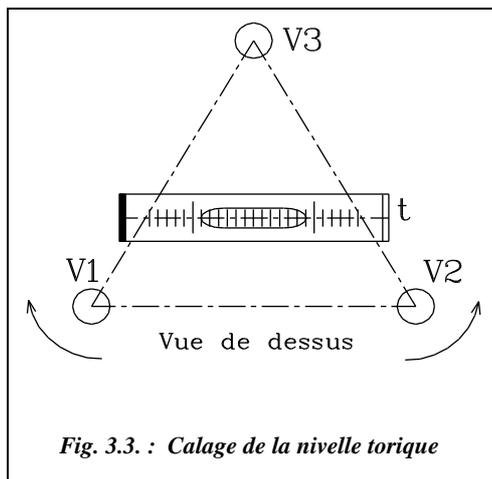


Fig. 3.3. : Calage de la nivelle torique

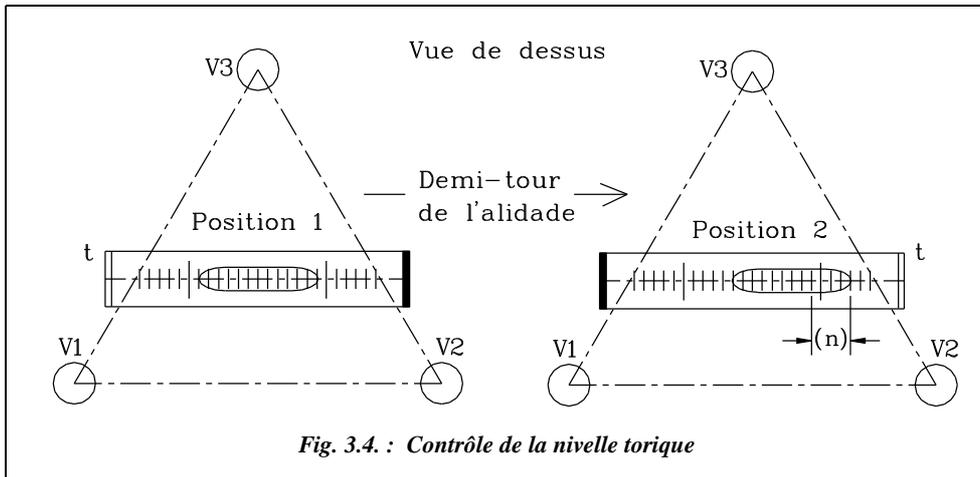
Amenez la nivelle torique (t) parallèle à deux vis calantes V1 et V2 (fig. 3.3.). Centrez la bulle au moyen des deux vis V1 et V2 en agissant **simultanément sur les deux vis en sens inverse l'une de l'autre**, puis faites tourner l'appareil de 200 gon (repérez-vous sur la graduation horizontale du socle ou sur les lectures angulaires horizontales H_z).

Trois cas de figure peuvent se présenter :

- Si la nivelle torique est bien réglée**, la bulle revient exactement dans la même position après un demi-tour de l'alidade (ou dans une position voisine à une ou deux graduations près : la bulle doit

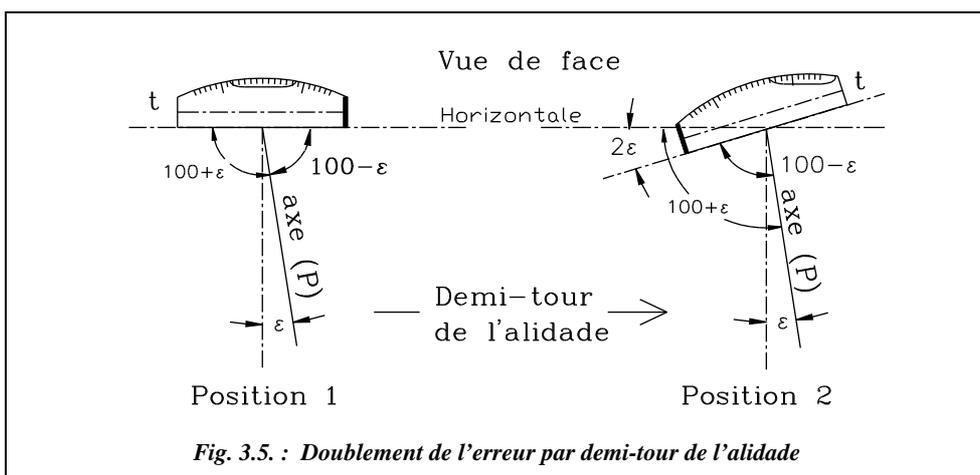
rester entre les deux repères principaux). C'est le cas le plus courant.

b) Si la nivelle torique est complètement dérégulée, la bulle est complètement décalée et vient en butée sur un des côtés du tore. La nivelle doit être réglée au moyen des vis de réglage prévues à cet effet (voir § 2.3).



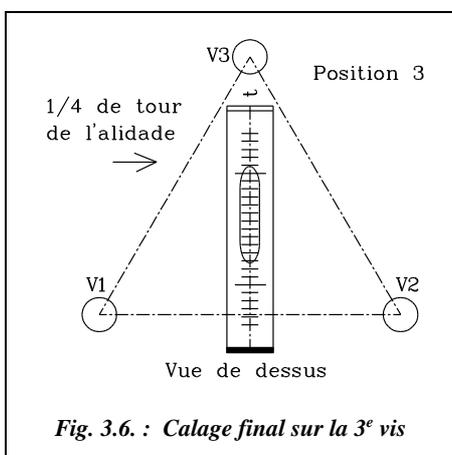
c) Si la nivelle torique est légèrement dérégulée, elle se décale d'un nombre n de graduations : il suffit dans ce cas de recentrer la bulle de $n/2$ graduations (fig. 3.4 : deux graduations vers la gauche car $n = 4$) et adopter pour la suite cette position de la bulle comme position de référence appelée **position de calage**.

En effet, il doit y avoir un angle droit, 100 gon, entre l'axe de la nivelle torique (t) et l'axe principal du théodolite (P). En cas de dérèglement de la nivelle, cet angle droit présente un défaut ε .



La nivelle étant centrée en position 1, après un demi-tour elle passe en position 2 avec un décalage de la bulle de n graduations correspondant à deux fois l'angle ε (fig. 3.5). En recentrant la bulle de la moitié de l'erreur ($n/2$ graduations), l'axe de l'appareil est remis parfaitement vertical, l'axe de la nivelle torique restant décalé du même angle ε par rapport à l'horizontale. La bulle de la nivelle n'est pas centrée (décalée de $n/2$ graduations) mais l'axe de l'appareil est vertical : c'est la **position de calage**. Il reste à caler la bulle **dans la même position** dans toutes les directions.

2.1.5 Calage dans toutes les directions au moyen de la nivelle torique

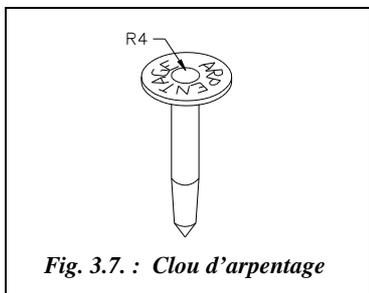


Pour effectuer un calage fin au moyen de la nivelle torique, procédez comme suit :

- Amenez l'axe de la nivelle torique sur la troisième vis calante V3 et, en agissant sur la seule vis V3, amenez la bulle dans la **position de calage** (c'est-à-dire bulle centrée si vous étiez dans le cas a) du paragraphe 2.1.4. ou bulle décalée de la moitié de l'erreur **dans le même sens** si vous étiez dans le cas c) du paragraphe 2.1.4). Sur la figure 3.6., la nivelle est dans la position de calage de l'exemple précédent (décalage de deux graduations vers la droite repérée sur les schémas par la lettre t).

- Vérifiez enfin qu'en tournant l'appareil dans une direction intermédiaire la bulle reste dans sa position de calage. Si le calage n'est pas parfait, il faut reprendre les mêmes opérations pour affiner le calage.
- Évitez ensuite tout mouvement brusque de l'alidade et, lors du pivotement de celui-ci, pensez à utiliser les deux mains, une sur chaque montant de l'alidade pour répartir le moment du couple appliqué à l'appareil.

2.1.6 Vérifications finales



Enfin, vérifiez que l'appareil est toujours au-dessus du point de station donné (on s'accorde une tolérance de centrage de ± 4 mm, ce qui correspond au rayon de 4 mm de la demi-sphère intérieure des clous d'arpentage, fig. 3.7). Sur les clous de fabrication allemande, il est mentionné *messpunkt* qui signifie littéralement point de mesure.

Si l'appareil s'est trop éloigné (ce qui n'est possible que si vous avez fait une faute lors de la mise en station), décalez-le en dévissant l'embase et en le faisant glisser sur le plateau du trépied, puis reprenez le réglage depuis le début.

Cette dernière manipulation est néanmoins déconseillée car l'appareil peut être trop excentré par rapport au plateau et venir en porte-à-faux ; de plus, la marge de manœuvre est faible et il faut de toute façon reprendre le calage de la nivellement torique.

Remarque

À cet instant, vérifiez que la nivellement sphérique est bien réglée. Elle doit être parfaitement centrée. Si ce n'est pas le cas, tournez les vis de réglage pour la centrer parfaitement (voir § 2.3.1).

2.1.7 Réglages avant mesures

Réglez la **netteté du réticule** (croix de visée dans l'optique) : pour le faire de manière précise, réglez la lunette à l'infini puis rendez les fils du réticule les plus nets possible en agissant sur la vis de réglage. Ce réglage permet de placer exactement le réticule dans le plan de formation de l'image virtuelle ; ainsi, l'œil de l'opérateur n'a pas besoin d'accommoder et se fatiguera moins. Si ce réglage n'est pas satisfaisant, il est possible de s'en apercevoir en balançant légèrement la tête devant l'oculaire : le réticule semble bouger par rapport à l'objet visé alors qu'il devrait rester fixe (on dit qu'il y a de la parallaxe). Ensuite, ne touchez plus au réticule et réglez la netteté de la lunette sur l'élément visé. Déployez enfin les éventuels miroirs pour l'éclairage des cercles. L'observation monoculaire doit se faire les deux yeux ouverts.

Vérifiez que l'appareil est dans sa **position de référence**. Généralement, le cercle vertical doit se situer à gauche de l'observateur. Pour les stations électroniques, il est souvent à droite. Cette vérification se fait en positionnant la lunette approximativement à l'horizontale et en lisant l'angle vertical qui doit être proche de 100 gon. Si la lecture indique une valeur proche de 300 gon, faites un double retournement, c'est-à-dire le demi-tour de la lunette et de l'alidade pour vous retrouver dans la position de référence. Positionnez éventuellement le zéro du limbe sur la référence choisie.

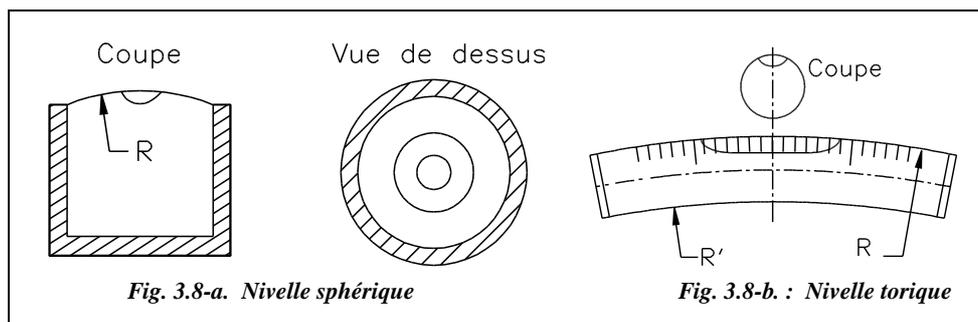
2.2 Caractéristiques des nivellements

2.2.1 Principe de fonctionnement d'une nivellement

Une nivellement est un petit récipient de cristal appelé aussi **fiolle**. Elle est remplie d'un mélange d'alcool et d'éther dans lequel subsiste une bulle de vapeur.

Dans une nivellement sphérique, la face supérieure du verre retenant la bulle est une calotte sphérique (fig. 3.8-a). Une nivellement torique est un fragment de tore (fig. 3.8-b). Les rayons de courbure sont grands (de l'ordre du mètre pour les nivellements sphériques et de 10 à 100 mètres pour les nivellements toriques), donc imperceptible à l'œil. Ces considérations justi-

fient que la nivelle sphérique soit une nivelle d'approche dont le calage est multidirectionnel, alors que la nivelle torique, qui est unidirectionnelle, sert au calage fin. La **directrice d'une nivelle** torique est la droite tangente à sa face supérieure et située dans le plan vertical de son axe.



Remarque

Le frottement qui empêche parfois la bulle d'atteindre sa position d'équilibre est appelé « erreur de paresse » et peut atteindre le dixième de la sensibilité de la nivelle (voir définition de la sensibilité ci-après).

Application

a) Pour ses appareils, un constructeur fournit les **sensibilités** suivantes des nivelles (on donne en général la variation angulaire correspondant au déplacement d'une graduation 2 mm de la bulle ; voir tableau paragraphe 1.3.).

- Nivelle sphérique : $8'/2$ mm (8 minutes sexagésimales (15 cgon) pour 2 mm) ;
- Nivelle torique : $20''/2$ mm (20 secondes sexagésimales (6,2 mgon) pour 2 mm).

Calculez le rayon de courbure R de chaque nivelle.

b) Calculez l'erreur de pointé provoquée à 100 m par une nivelle sphérique mal calée (décalage de l'ordre du millimètre).

Réponse

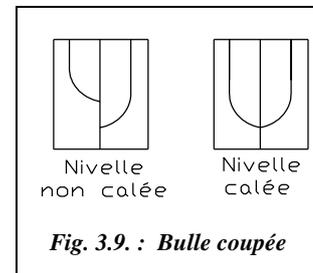
a) Nivelle sphérique : $R = 0,002 / (8 / 60 * \pi / 180) = 0,9$ m

Nivelle torique : $R = 0,002 / (20 / 3600 * \pi / 180) = 20,6$ m

b) $\alpha = 4'$ soit 7 cgon, ce qui provoque une erreur de pointé de 11 cm à 100 m !

2.2.2 Nivelles d'index vertical

Sur certains appareils (comme le tachéomètre à diagramme Wild RDS), l'index du cercle vertical est asservi à une nivelle d'index qui permet un calage précis de sa verticalité (à faire avant chaque visée). Ce calage utilise une bulle qu'un système de prismes découpe en deux parties : la nivelle est correctement calée lorsque les deux parties coïncident (fig. 3.9)¹. La précision de calage d'une bulle coupée est de l'ordre de 0,2 mm alors que pour un autre système elle est de l'ordre de 0,5 mm.



Sur les appareils les plus récents (T16, T2), la correction d'index est effectuée de façon automatique grâce à un système de **compensateur à pendule** (utilisant l'action de la pesanteur) dont le principe est équivalent à celui du compensateur des niveaux « automatiques »². Ce système permet d'obtenir un calage très précis de la verticalité de l'index, à condition que la mise en station du théodolite place au préalable le compensateur dans une plage maximale appelée **débattement**. Par exemple, pour un T16, la précision du calage donnée par le constructeur est de $\pm 1''$ ($\pm 0,3$ mgon) dans une plage de débattement de l'index vertical de $\pm 5'$ (± 9 cgon) (voir tableau paragraphe 1.3.).

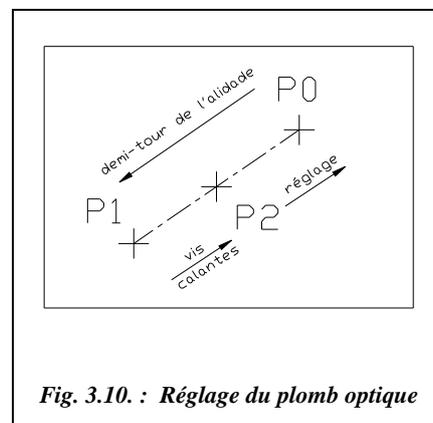
2.3 Réglages d'un théodolite

2.3.1 Réglage du plomb optique

Le principe de réglage du plomb optique est le même que celui de la nivelle torique : lors d'une rotation de 200 gon de l'alidade, un plomb optique bien réglé revient exactement sur le point de station, un plomb optique déréglé se décale de ce point d'une valeur correspondant au double du défaut de réglage.

Pour le régler, procédez ainsi :

- Marquez sur une feuille de papier fixée au sol (ou sur une planchette en bois) un point (P0, fig. 3.10.) qui sera le point où vous devez stationner le théodolite à l'aide des **vis calantes** exactement sur ce point sans s'occuper des nivelles.



¹ Se reporter au schéma de principe, chapitre 5 sur le nivellement, paragraphe 3.1.

² Se reporter au chapitre 5 sur le nivellement, paragraphe 1.2.3.

- Faites un demi-tour de l'alidade et marquez sur la feuille le nouveau point P1 pointé par le plomb optique : si celui-ci est trop éloigné (plus de 2 mm) du point de station initial P0, placez sur le papier le point P2 au milieu de la droite P0-P1 et utilisez les **vis calantes** pour positionner le plomb optique exactement sur P2 ; ainsi la moitié de l'erreur est rattrapée. Utilisez ensuite les **vis de réglage du plomb optique** pour positionner le plomb exactement sur le point P0 et rattrapez ainsi la seconde moitié de l'erreur. Vérifiez en reprenant toute la manipulation que le plomb est bien réglé.

Remarque

Le réglage précédent n'est possible que si le plomb optique est situé sur l'appareil. S'il est situé sur l'embase, il faudra utiliser un fil à plomb (principe plus simple mais manipulation plus délicate).

2.3.2 Réglage de la nivelle torique

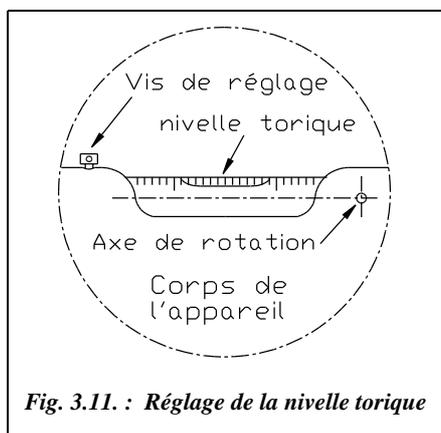


Fig. 3.11. : Réglage de la nivelle torique

La mise en évidence d'un besoin de réglage a été traitée au paragraphe 2.1.4.

Le décalage de la nivelle étant de n graduations, ramenez la bulle de la nivelle torique vers la position centrale de $n/2$ graduations au moyen de la vis de réglage. Une seule vis suffit et elle est généralement située vers l'une des deux extrémités de la nivelle qu'elle fait pivoter autour d'une axe horizontal (fig. 3.11). Après avoir réalisé ce réglage, recommencez la manipulation abordée au paragraphe 2.1.4. jusqu'à la disparition du défaut.

2.3.3 Réglage de la nivelle sphérique

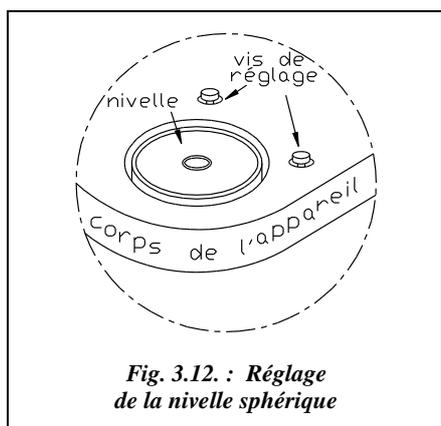


Fig. 3.12. : Réglage de la nivelle sphérique

Après mise en station de l'appareil et calage de la nivelle torique, vérifiez le **réglage** de la nivelle sphérique en utilisant la nivelle torique, plus précise puisqu'ayant un grand rayon de courbure. Recentrez alors la nivelle sphérique au moyen de ses vis de réglage, généralement au nombre de deux, situées en dessous ou sur les côtés de la nivelle (fig. 3.12).

2.3.4 Réglage de l'axe optique

Ce réglage permet de mesurer et d'éliminer la **collimation horizontale** (voir § 3) dans le cas où elle est trop importante, par exemple lorsque le défaut de perpendicularité est de l'ordre de 10 fois l'écart type de l'appareil utilisé, soit 1 cgon pour un T16 et 2,5 mgon pour un T2. Cette erreur est normalement éliminée par le double retournement.

Stationnez le théodolite à au moins 50 m d'une surface verticale (mur de bâtiment).

Pointez un repère A (fig. 3.13.) éloigné et situé à l'opposé du mur (par exemple un jalon). L'appareil est en position de référence en cercle gauche sur la figure 3.13. La lunette doit être à peu près horizontale (angle vertical proche de 100 gon). Placez le zéro de la graduation horizontale sur ce repère.

Basculez la lunette autour de l'axe des tourillons puis tracez sur le mur la position indiquée par le réticule de la lunette (par exemple, sur une feuille de papier fixée au mur).

Si un défaut de perpendicularité c existe, l'axe optique pointe le point C et la distance BC correspondrait donc à un angle $2c$ **double de l'erreur de collimation**.

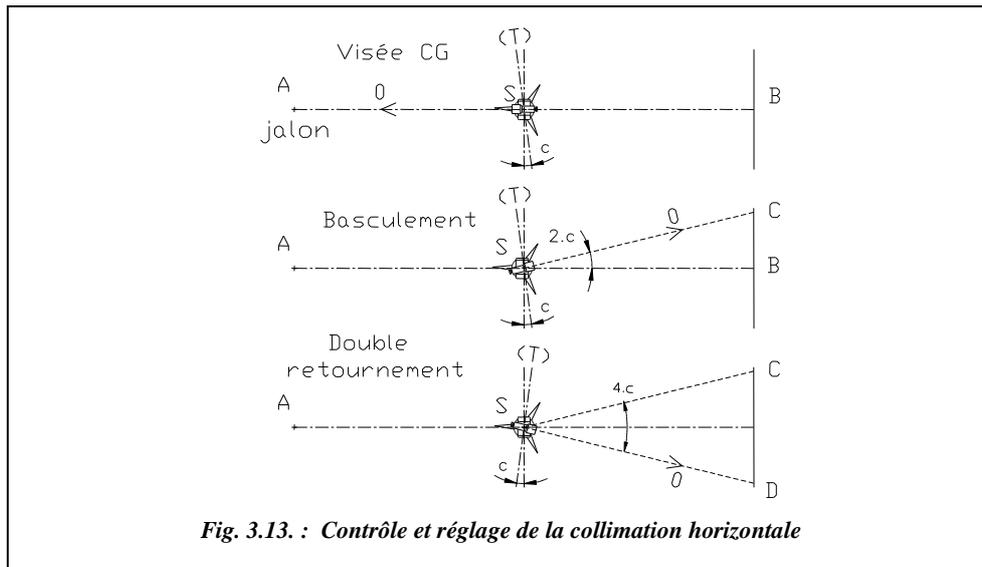


Fig. 3.13. : Contrôle et réglage de la collimation horizontale

La distance BC ne pouvant être mesurée (point B inconnu), effectuez un double retournement de la lunette (c'est-à-dire un pivotement de l'alidade de 200 gon puis un basculement de la lunette autour de l'axe des tourillons) et tracez la nouvelle position du réticule sur le mur. Cette position donne le point D tel que CD corresponde au quadruple de l'erreur c . On mesure enfin CD et SB (B au milieu de CD).

On peut alors calculer c par :

$$2 \tan(2c) = \frac{CD}{SB}$$

Si cette collimation c est trop importante, réglez la ligne de visée définie par le centre optique de la lunette et la croisée des fils du réticule : agissez sur les vis de réglage du réticule pour amener la visée du quart de l'erreur du point D vers le point C : sur Wild T16, il faut agir sur deux vis diamétralement opposées, situées de part et d'autre de l'oculaire de visée (agir sur chaque vis de la même quantité et en sens opposé l'une de l'autre).

Remarque

Cette erreur de collimation horizontale c induit une erreur ε sur une lecture angulaire horizontale telle que :

$$\sin \varepsilon = \frac{\sin c}{\cos i} \quad (\text{voir justification § 3.1.4})$$

Dans cette expression i est l'angle de site (voir définition § 7.1) ; il vaut 0 lorsque la lunette est horizontale. C'est pourquoi la manipulation précédente doit être réalisée **lorsque la lunette est approximativement horizontale** : cela permet de mesurer directement c puisque $\cos i \approx 1$.

2.3.5 Réglage du viseur d'approche

Le viseur d'approche permet de pointer rapidement dans une direction proche de l'objet à viser. Il doit être situé **au-dessus de la lunette en position de référence**. Son réglage est simple : pointez un point directement avec la lunette puis réglez le viseur d'approche au moyen de ses vis de réglage afin qu'il soit exactement sur le même point visé.

2.4 Lectures angulaires

Les caractéristiques optiques de la lunette sont détaillées au chapitre 5 sur les niveaux, paragraphe 1.2.4.

2.4.1 Réticules de pointé

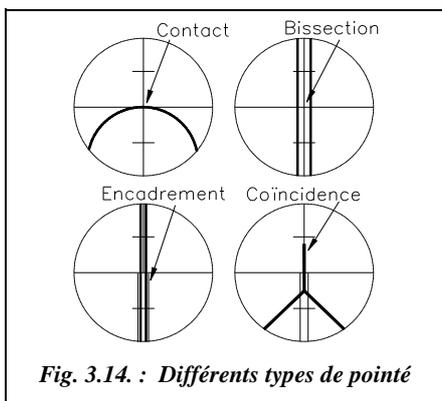


Fig. 3.14. : Différents types de pointé

On distingue quatre types principaux de pointés (fig. 3.14) :

- Le pointé **ordinaire** ou par contact.
- Le pointé par **bissection** : le fil vertical du réticule passe par l'axe de l'objet pointé.
- Le pointé par **encadrement** : l'objet pointé est encadré par deux fils parallèles du réticule.
- Le pointé par **coïncidence** : le fil vertical du réticule tend à se confondre avec l'objet pointé.

La précision du pointé dépend de la forme de l'objet visé, du type de réticule mais aussi du **grossissement de la lunette** et des conditions de luminosité.

Pour une lunette de grossissement G , on admet les ordres de grandeurs ci-dessous des précisions de pointé :

Pointé	Précision (dmgon)	Ordre de grandeur pour $G = 30\times$
Ordinaire	$100/G$	3,5 dmgon, soit 3,5 mm à 640 m
Bissection	$60/G$	2 dmgon, soit 2 mm à 640 m
Encadrement	$50/G$	1,5 dmgon, soit 1,5 mm à 640 m
Coincidence	$25/G$	1 dmgon, soit 1 mm à 640 m

2.4.2 Lectures sur verniers

Sur les appareils optico-mécaniques, la lecture s'effectue sur un vernier gradué comme sur la figure 3.15 : à gauche T16 (angles horizontal H_z et vertical V), à droite T2 (angle vertical). La lecture de ces verniers se fait ainsi : les chiffres avant la virgule défilent devant la graduation fixe du vernier, les chiffres après la virgule se lisent à l'endroit ou une graduation mobile intercepte le secteur gradué.

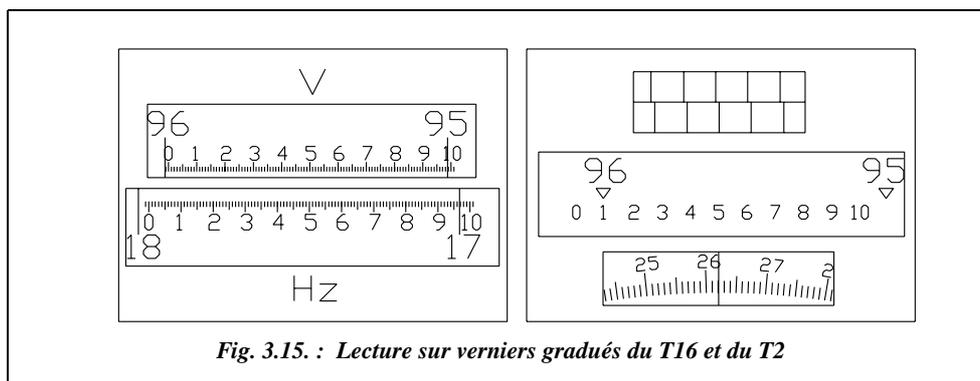


Fig. 3.15. : Lecture sur verniers gradués du T16 et du T2

Par exemple, dans le théodolite T16, les deux cercles sont lisibles en même temps ; on peut lire : $V = 95,98^s$ gon et $H_z = 17,96^s$ gon.

La dernière décimale (mgon) est appréciée par l'opérateur.

Dans le théodolite T2, un seul cercle est visible à la fois (un bouton permet de basculer du cercle horizontal vers le cercle vertical. Voir § 1.3. bouton n° 12). La lecture est aussi différente : grâce à une molette supplémentaire pilotant un micromètre optique, l'opérateur fait coïncider les traits du rectangle supérieur (dans la figure 3.15, ils ne sont pas tout à fait coïncidents afin d'étayer cette explication). Ceci ramène le chiffre mobile du rectangle central en face d'une graduation : l'opérateur lit 96,1 gon.

L'opérateur lit enfin les décimales suivantes dans le rectangle inférieur, soit 96,1262 gon (l'opérateur peut apprécier jusqu'à 10^{-5} gon mais il arrondira au décimilligrade le plus proche car on atteint les limites de précision de l'appareil).

Ce système de traits mobiles a pour origine le mesurage dit « par **double vernier** » qui permet de lire sur deux parties diamétralement opposées des cercles afin d'annuler le défaut d'excentricité résiduel (voir § 3) des cercles. La mise en coïncidence des traits du micromètre est en fait une mise en coïncidence des graduations de deux parties diamétralement opposées du limbe, ce qui permet de faire une « moyenne optique » de deux valeurs. Finalement, après avoir fait coïncider les traits mobiles du rectangle supérieur, l'opérateur lit $V = 96,1262$ gon.

3 PRÉCISION DES MESURES ANGULAIRES

Les définitions des différents types d'erreurs sont données au tome 2, chapitre 5, paragraphe 12.

3.1 Erreurs systématiques dues à un défaut de l'appareil

3.1.1 Graduation et géométrie des cercles

L'**irrégularité des graduations des cercles** et le **défaut de perpendicularité du cercle horizontal avec l'axe principal** sont minimisés par la **réitération** des lectures effectuées, c'est-à-dire plusieurs lectures du même angle sur des parties différentes de la graduation, décalées de 100 gon (voir § 4.3.3).

3.1.2 Défauts d'excentricité

Concernant le **défaut d'excentricité de l'axe principal**, l'axe principal ne passe pas par le centre du cercle horizontal.

Concernant le **défaut d'excentricité de l'axe secondaire**, l'axe secondaire ne passe pas par le centre du cercle vertical.

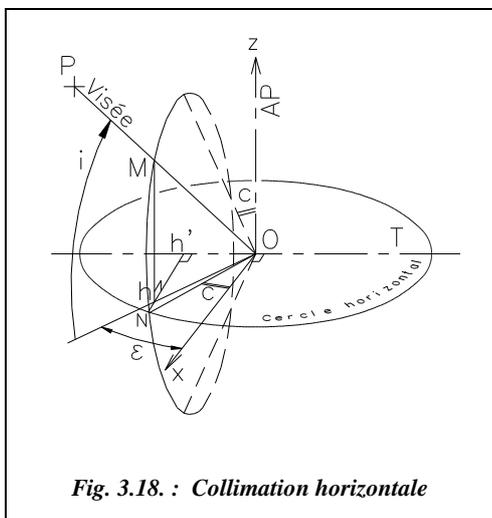
Les appareils les plus précis sont munis d'un système permettant d'éliminer ces défauts d'excentricité (lecture dite « **par double vernier** » et de lire sur deux parties diamétralement opposées du cercle et d'en faire une moyenne optique. Ce système est utilisé dans le micromètre du théodolite T2 (voir § 2.4.2).

La figure 3.16 permet d'**expliquer la lecture par double vernier** :

L'erreur ε est éliminé par **double retournement** (voir § 4.2) : en effet, après avoir effectué cette manipulation, le plan incliné de déplacement de la lunette occupe une position symétrique par rapport au plan vertical comprenant la ligne de visée OP, et l'erreur commise ε' est aussi symétrique ; la moyenne des deux lectures élimine ce défaut.

Le défaut sur i n'est éliminé par aucune manipulation. Il est négligeable pour des angles de site courants : en effet, même avec un angle de site extrême ($i = 50$ gon), il faudrait un défaut $t = 0,1$ gon (très important) pour obtenir une erreur négligeable de 1 dmgon sur i .

3.1.4 Collimation horizontale



La collimation horizontale est notée c . L'axe de visée OP (fig. 3.18) n'est pas perpendiculaire à l'axe secondaire (T). Ce défaut de perpendicularité c induit une erreur ε sur l'angle horizontal. L'angle i n'est pas affecté par cette erreur : la projection de i sur le plan vertical xOz reste inchangée.

La ligne de visée décrit un cône d'axe (T) et d'angle au sommet $(200 - 2c)$. Les angles horizontaux et verticaux sont lus dans le plan vertical OPh alors qu'ils devraient être lus dans le plan vertical Oxz .

Le calcul de l'erreur ε s'effectue comme suit :

$$Oh = OM \cdot \cos i = ON \cdot \cos i$$

$$Oh' = ON \cdot \sin c = Oh \cdot \sin \varepsilon \quad \text{Donc} \quad \sin \varepsilon = \frac{\sin c}{\cos i}$$

Ce défaut est éliminé par le double retournement pour les même raisons que la collimation verticale (voir § 3.1.3). On remarque que pour une visée horizontale $\sin c = \sin \varepsilon$, puisque $i = 0$, et que l'erreur due au défaut de tourillonnement est nulle puisque $\tan i' = 0$; c'est donc un procédé pour mettre en évidence l'erreur de collimation horizontale.

3.1.5 Erreur d'index de cercle vertical

L'index du cercle vertical n'est pas situé sur la verticale du centre du cercle. Cette erreur peut être éliminée par double retournement ou par l'utilisation d'une nivelle d'index. Sur les appareils récents, un automatisme utilisant l'action de la pesanteur minimise ce défaut (voir § 7.3 et § 2.2.2).

3.1.6 Erreur d'excentricité du viseur

L'axe de visée ne coupe pas l'axe principal ou l'axe secondaire. Cette erreur est éliminée par double retournement.

3.1.7 Jeux de fonctionnement

La variation de la position des axes de rotation (P) et (T) est due à la présence obligatoire de **jeux de fonctionnement** dans les mécanismes de guidage en rotation. Cette erreur peut être minimisée par **l'inversion du sens de rotation** lors des mesures par paire de séquence (voir § 4.3.3). Cette inversion provoque un changement de sens du rattrapage de jeux. Il faut également veiller à ne pas entraîner brusquement un élément en rotation et à toujours effectuer les rotations en manipulant l'alidade de manière symétrique (avec les deux mains en même temps).

3.2 Erreurs systématiques dues à une cause extérieure

Il s'agit essentiellement des **erreurs dues à la réfraction atmosphérique** qui incurve le trajet de tout rayon lumineux (voir au chapitre 6 les paragraphes 5.2. et 5.3.). Les réfractions sont de deux types :

- réfraction **latérale** : elle est due à la présence d'une paroi exposée au soleil. Elle est impossible à évaluer ;
- réfraction **verticale** : elle est due aux variations de densité de l'atmosphère, elle peut être évaluée et corrigée.

Il faut éviter les visées rasantes près d'obstacles importants, au-dessus d'un cours d'eau, trop près du sol par temps chaud à cause du flamboiement¹ de l'air.

3.3 Erreurs accidentelles

3.3.1 Erreur de calage de l'axe principal

Le calage parfait de l'axe principal est très difficile à réaliser : il n'est jamais parfaitement vertical. Ceci entraîne un défaut d'horizontalité t' de l'axe secondaire, défaut qui ressemble à un défaut de tourillonnement, entraînant **sur l'angle horizontal** une erreur ε dans la mesure des angles horizontaux de la forme : $\sin \varepsilon = \sin t' \cdot \tan i$, comme pour le tourillonnement.

L'incidence de cette erreur sur les angles horizontaux ne peut pas être éliminée par des méthodes de mesure. En revanche, elle peut être mesurée, pour les manipulations de

¹ Le flamboiement est le tremblement de l'image vue dans la lunette, dû aux effluves de l'atmosphère provoqués par des couches d'air à températures différentes.

haute précision, au moyen d'une nivelle cavalière : il s'agit d'une nivelle que l'opérateur pose sur les montants de l'alidade et qui permet d'obtenir l'angle d'inclinaison de l'axe secondaire. Cela permet de souligner **l'importance de la mise en station** et du **réglage de la nivelle torique**.

Remarque

Sur certains théodolites électroniques (T2000, T3000), les valeurs de la plupart de ces erreurs sont **mesurées par l'appareil** à chaque station et prises en compte dans l'affichage. Cette nouvelle technologie révolutionne la conception des appareils qui s'affranchissent mieux de leurs défauts de fabrication en les mesurant plutôt qu'en essayant de les minimiser à la construction. Elle change également les méthodes de mesure : le double retournement devient superflu, sauf pour un contrôle des lectures.

3.3.2 Erreur de centrage sur le point stationné

Il est de l'ordre de ± 4 mm pour le mode de mise en station étudié au paragraphe 2.1.

3.3.3 Erreur de pointé

Reportez-vous au paragraphe 2.4.1. concernant les différents types de pointés.

3.3.4 Erreurs de lecture

Pour éviter ce type d'erreur, il faut soigner la lecture sur vernier et effectuer des doubles lectures. Les appareils électroniques à affichage digital limitent les erreurs de lecture et les erreurs de retranscription (en particulier s'ils sont munis d'une interface informatique).

3.3.5 Erreur de dérive du zéro

Cette erreur est due à la torsion du trépied : les trépieds en bois (ou en métal) étant peu massifs (pour faciliter leur transport) et relativement peu rigides, il existe des phénomènes de torsion du trépied dus aux passages et aux manipulations de l'opérateur, aux dilatations différentielles des pieds sous l'effet du soleil, etc. Ces phénomènes entraînent une dérive du zéro qui peut affecter des mesures de très grande précision (dmgon). Pour les minimiser, il est donc recommandé :

- de rester en station le moins longtemps possible sur un point ;
- d'effectuer les observations à l'ombre d'un parasol ;
- ou bien d'utiliser comme en métrologie (chap. 7 § 6) des trépieds très massifs et stables.

En mesurage de précision, il est possible de contrôler cette dérive en pointant régulièrement un signal fixe (ou mire de torsion) et en tenant compte de l'évolution des lectures.

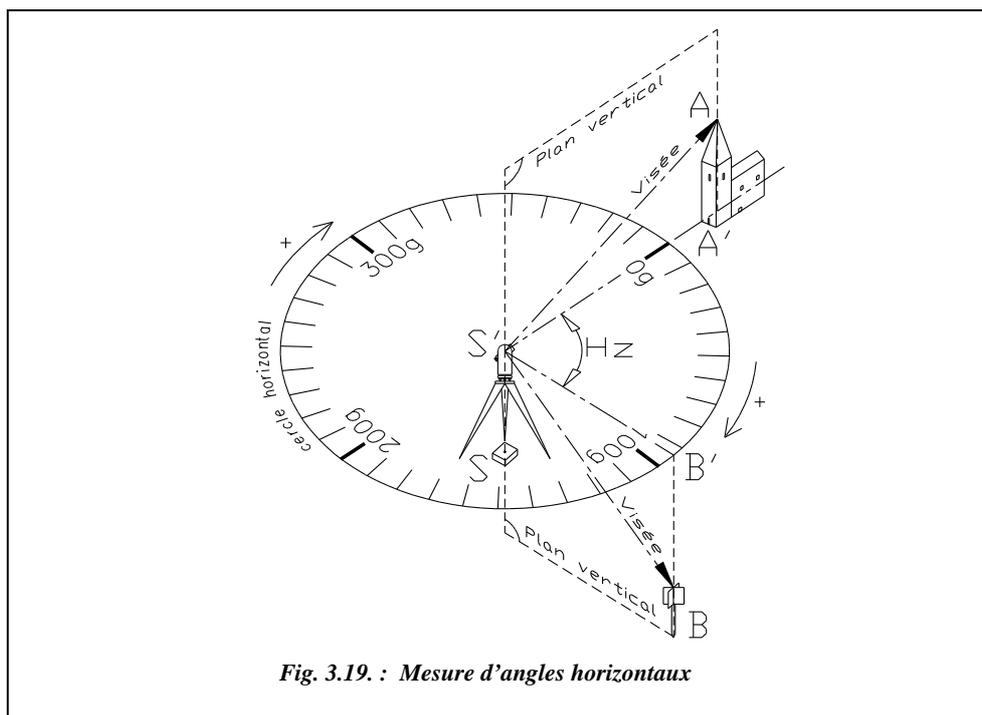
3.3.6 Déplacement accidentel de l'appareil

C'est par exemple un déplacement dû à un choc sur un pied. Le contrôle s'effectue en refermant chaque série de lectures angulaires sur le point de départ (fermeture d'un tour d'horizon, paragraphe 4.3.4.). Cette manipulation permet aussi de contrôler la dérive du zéro traitée au paragraphe 3.3.5.

4 LES ANGLES HORIZONTAUX

4.1 Le cercle horizontal

Le cercle horizontal (ou limbe) est la graduation du théodolite sur laquelle l'opérateur lit les angles horizontaux. Il est lié au socle de l'appareil mais peut aussi pivoter sur lui-même de manière à régler le zéro des graduations sur une direction donnée. Il existe plusieurs technologies possibles pour cette mise à zéro : le débrayage de l'entraînement du cercle (T16) ou bien le mouvement par vis-écrou (T2).



Les graduations sont **croissantes de 0 à 400 gon dans le sens horaire** (en regardant le cercle du dessus, fig. 3.19).

Après la mise en station du théodolite, ce cercle est horizontal, ce qui explique que les angles lus soient des angles projetés sur le plan horizontal et appelés angles horizontaux (ou azimutaux), notés H_z .

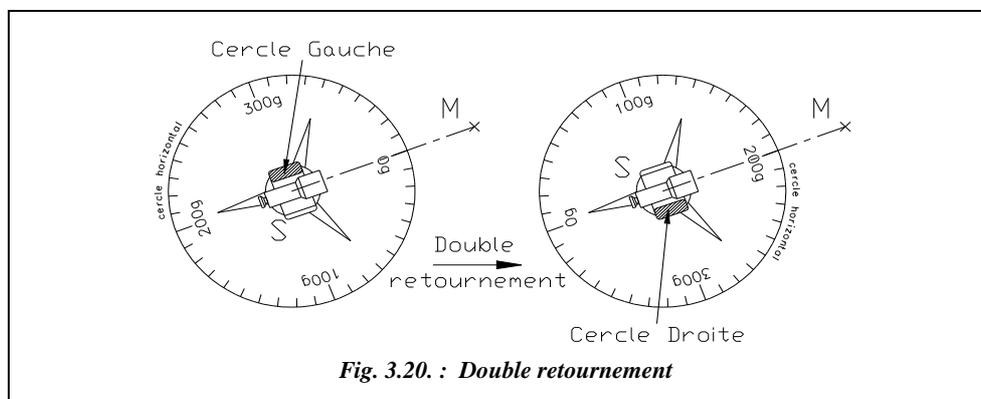
Sur la figure 3.19, l'appareil est en station sur le point S. L'opérateur vise le point A (sommets du bâtiment) et règle le zéro des graduations sur ce point. En visant le point B, il lit dans le théodolite l'angle horizontal $A' - S' - B'$ (A' , B' , S' sont les projections de A, B et S sur le plan horizontal passant par l'axe des tourillons de l'appareil).

4.2 Le double retournement

C'est une manipulation consistant en un **demi-tour simultané de la lunette et de l'alidade** (fig. 3.20). Cette technique de mesure permet d'éliminer certaines erreurs systématiques (voir § 3) et de limiter les fautes de lecture. Lors d'une mesure **d'angle horizontal**, cela permet :

- de doubler les lectures et donc de diminuer le risque de faute de lecture ;
- de ne pas toujours lire sur la même zone du limbe, donc de limiter l'erreur due aux défauts de graduation du limbe ;
- d'éliminer les défauts de collimation horizontale et de tourillonnement.

L'erreur de centrage sur le point de station et l'erreur de calage de l'axe vertical ne sont pas éliminées par cette manipulation. Il convient donc de soigner ces opérations.



Pratiquement, on effectue :

- une lecture en **cercle gauche** (cercle vertical de l'appareil à gauche de l'opérateur, plus généralement en **position de référence**) ;
- un double retournement ;
- une nouvelle lecture du même angle en cercle droite (cercle vertical à droite).

Si l'on appelle $H_{z_{CG}}$ la valeur lue en cercle gauche, et $H_{z_{CD}}$ celle lue en cercle droit, on doit observer :

$$H_{z_{CD}} \approx H_{z_{CG}} + 200$$

En effet, le double retournement décale le zéro de la graduation de 200 gon (fig. 3.20) ; ceci permet un contrôle simple et immédiat des lectures sur le terrain.

La différence entre les valeurs $H_{z_{CG}}$ et $(H_{z_{CD}} - 200)$ représente la combinaison des erreurs de collimation, de mise en station, de lecture, etc.

L'angle horizontal H_z mesuré vaut alors :

$$H_z = \frac{H_{z_{CG}} + (H_{z_{CD}} - 200)}{2} \quad \text{si } H_{z_{CD}} > 200 \text{ gon}$$

$$H_z = \frac{H_{z_{CG}} + (H_{z_{CD}} - 200 + 400)}{2} = \frac{H_{z_{CG}} + (H_{z_{CD}} + 200)}{2} \quad \text{si } H_{z_{CD}} < 200 \text{ gon}$$

Remarque

Si l'on n'effectue qu'une seule lecture, elle doit être faite en position de référence (CG sur les théodolites classiques et CD sur la plupart des stations électroniques).

4.3 Terminologie des mesures d'angles horizontaux

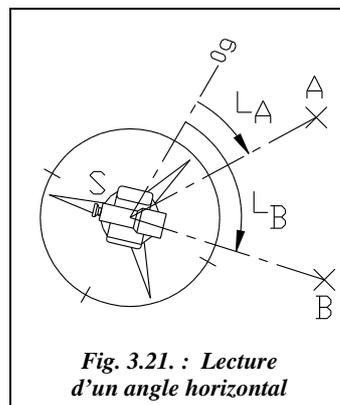
4.3.1 Lecture simple

L'appareil étant dans sa position de référence (par exemple CG sur la figure 3.21), et le zéro de la graduation horizontale n'étant pas modifié après mise en station, l'opérateur effectue une lecture azimutale L_A sur le point A puis une lecture L_B sur B et en déduit l'angle ASB :

$$H_{z_{AB}} = L_B - L_A$$

4.3.2 Séquence

On appelle séquence un ensemble de $(n + 1)$ lectures effectuées à partir d'une même station sur n directions différentes avec la même position des cercles horizontaux et verticaux, le contrôle de fermeture sur la référence et la répercussion sur les n lectures de l'écart de fermeture sur la référence (sur laquelle on réduira les angles à zéro).



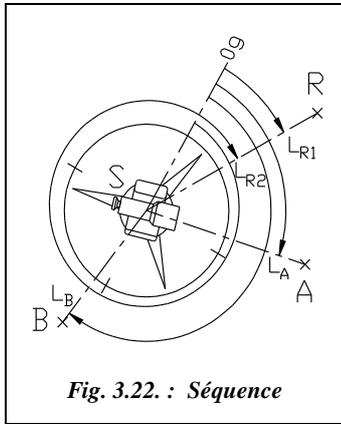


Fig. 3.22. : Séquence

Par exemple, sur la figure 3.22, la référence est le point R sur lequel l'opérateur effectue la première lecture L_{R1} , on fait **une lecture sur chaque point** en tournant en sens horaire et une dernière **lecture de fermeture** sur le point R L_{R2} .

Par calcul, les lectures sont ensuite réduites¹ à la référence R en soustrayant aux autres lectures **la moyenne des deux lectures sur la référence**. Pour cela, on calcule :

- la fermeture de la séquence : $Fs = |L_{R1} - L_{R2}|$
- la moyenne sur la référence : $L_R = (L_{R1} + L_{R2})/2$
- la lecture sur chaque point : $L'_j = L_j - L_R$

La lecture sur la référence devient donc $L_R = 0$ (voir l'exemple du paragraphe 4.4.1.).

La fermeture angulaire de chaque séquence est soumise à des tolérances réglementaires dont les valeurs fixées par l'arrêté de janvier 1980 (voir la bibliographie) correspondent à : **1,5 mgon en canevas de précision et 2,8 mgon en canevas ordinaire**.

4.3.3 Paire de séquences

Une paire de séquence est l'association de deux séquences successives avec **un décalage de l'origine du limbe, le retournement de la lunette et l'inversion du sens d'observation**. Cette méthode permet de minimiser certaines erreurs systématiques (voir § 3).

Généralement, l'opérateur effectue une séquence en CG dans le sens horaire de rotation de l'appareil puis effectue un double retournement et enfin effectue la séquence en CD dans le sens trigonométrique (sens inverse horaire).

Pour une seule paire de séquences on décale l'origine du limbe de 100 gon ; le double retournement décale déjà l'origine du limbe de 200 gon (fig. 3.23).

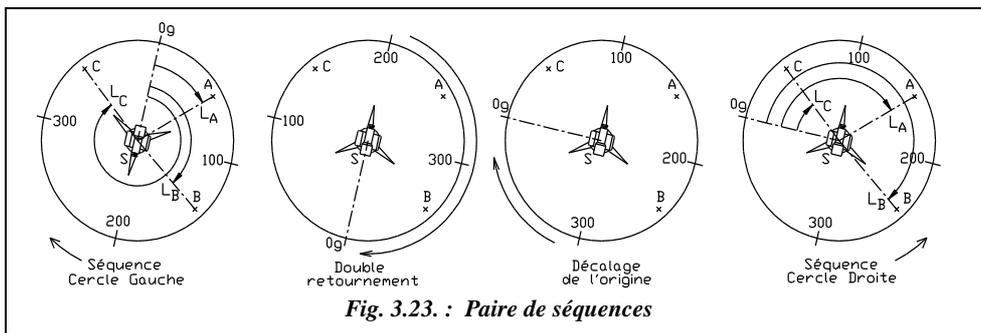


Fig. 3.23. : Paire de séquences

¹ Réduire les lectures à la référence revient à affecter à la référence la lecture zéro.

Paire	Origine	Sens de rotation	Position du cercle vertical
n° 1	0	sens horaire	CGauche
	100	sens trigo	CDroite
n° 2	50	sens horaire	CGauche
	150	sens trigo	CDroite

Remarque

- Si l'opérateur effectue deux paires de séquences les décalages d'origine sont généralement effectués comme indiqué ci-dessus.
- les lectures en canevas ordinaire nécessitent au moins deux paires de séquences, en canevas de précision au moins quatre paires de séquences (décalages usuels d'origine pour quatre paires : 0, 100 ; 50,150 ; 25,125 ; 75,175 (voir l'exemple donné au paragraphe 4.4.2.).
- le procédé consistant à décaler l'origine du limbe entre deux séquences est appelé réitération (nous ne détaillons pas le procédé de répétition qui n'est plus employé : il consistait à lire plusieurs fois l'angle cherché et à l'ajouter sur le cercle horizontal).
- l'écart des lectures (écart entre la moyenne de toutes les paires et la moyenne d'une paire) est soumis à des tolérances réglementaires :
 - 1,2 mgon en canevas de précision pour quatre paires de séquences (1,3 mgon pour huit paires) ;
 - 1,3 mgon en canevas ordinaire pour deux paires de séquences (1,6 mgon pour quatre paires).

4.3.4 Tour d'horizon

Le tour d'horizon est le résultat final de la combinaison des observations angulaires (séquences) en une même station et **rapportées à une même référence** (dans nos exemples le point R).

Lors du calcul, on détermine la valeur moyenne de **l'écart sur la référence** : c'est la somme algébrique de tous les écarts de lecture d'une même paire divisée par $(n + 1)$, n étant le nombre de directions visées y compris la référence.

Cet écart est soumis à des tolérances réglementaires :

- **0,7 mgon en canevas de précision** pour quatre paires (0,8 mgon pour huit paires) ;
- **0,8 mgon en canevas ordinaire** pour deux paires (0,9 mgon pour quatre paires).

4.3.5 Paire de séquences réduite

C'est une paire de séquences sans fermeture et sans décalage du limbe. On l'utilise en lever de détails ou pour la mesure d'angles uniques, par exemple en polygonaux ordinaires.

Station	Points	Lecture CG (gon)	Lecture CD (gon)	Moyenne
1	A	114,75	↑ 314,71	114,73
	B	207,23	7,28	207,23
	C	373,64	173,60	373,62
	D	↓ 86,19	286,14	86,16

- Arrivé en D, on effectue un double retournement et on inverse le sens de rotation.
- L'écart entre CG + 200 et CD doit rester constant (± 1 graduation).
- On prend la moyenne des deux lectures basée sur CG.

4.4 Applications

4.4.1 Mesure d'une surface

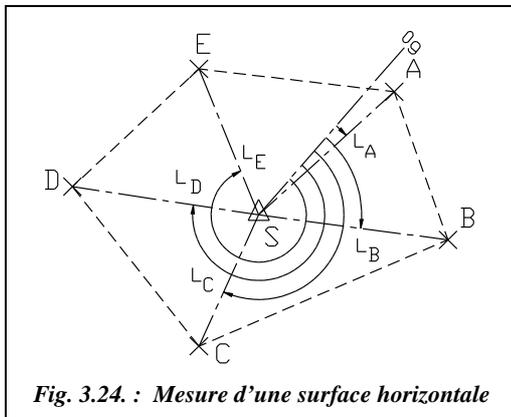


Fig. 3.24. : Mesure d'une surface horizontale

Pour mesurer la surface (projetée à l'horizontale) délimitée par le polygone ABCDE ci-contre (fig. 3.24), on effectue les opérations suivantes avec un goniomètre au mgon, une chaîne de 50 m, un niveau de chantier et une mire.

- Mise en station en S et calage de l'origine du limbe près du point de référence A.
- Tour d'horizon avec une seule paire de séquences sur les cinq sommets (référence : point A).

- Mesure à la chaîne des distances inclinées de la station aux cinq sommets (le sol étant en pente régulière).
- Lecture des dénivelées entre la station et les sommets pour le calcul des distances horizontales.

Le tableau ci-après récapitule les lectures. Eu égard à la faible longueur des visées et à la précision de l'appareil utilisé, les corrections de $d\nu$ (chapitre 2 § 3.4.3.2) et les corrections dues à la projection sont négligées.

Lectures d'angles horizontaux : une paire de séquences

Point	Lecture CG gon	CG réduite sur A	Lecture CD gon	CD réduite sur A	Moyenne gon
A	2,472	0,000	104,244	0,000	0,000
B	58,097	55,623	159,866	55,620	55,622
C	176,705	174,231	278,471	174,225	174,228
D	259,313	256,839	361,080	256,834	256,837
E	325,070	322,596	26,845	322,599	322,598
A	2,476	0,000	104,248	0,000	0,000
Moy.	2,474		104,246		
Écart	0,004		0,004		

Le détail des calculs du tableau précédent est donné ci-après.

- La moyenne sur référence pour la première séquence CG est 2,474 gon. La moyenne sur référence pour la deuxième séquence CD est 104,246 gon. On retranche ces valeurs aux lectures CG et CD pour obtenir les lectures réduites sur la référence A. On en fait enfin la moyenne.
- **Le contrôle des tolérances** est la fermeture des séquences de 4 mgon (tolérance : 2,8 mgon). L'écart des lectures et l'écart sur la référence ne sont pas calculables pour une seule paire.
- On peut considérer la manipulation correcte bien qu'un écart soit hors tolérances car l'opération de mesure de surface n'est pas une opération entrant dans le cadre des levés à grande échelle, pour lesquelles les tolérances sont données. En outre, les visées sont courtes. La tolérance est donc plus indicative que restrictive.

La lecture des **dénivelées** entre sommets et des **distances suivant la pente** de la station à chaque sommet permet d'effectuer les calculs suivants :

Point P _j	Angle sommet	ΔH (m)	D _p (m)	D _p (m) côté opp.	D _h (m)	S (m ²)	D _h (m) côté opp.	Dénivelée côté opp.	D _p (m) côté opp.
A		-2,50	72,15		72,11				
B	55,622	-2,38	74,92	62,25	74,88	2 069,93	62,24	-0,12	62,24 $\Delta = 0,00$
C	118,607	0,45	56,99	106,34	56,99	2 043,22	106,37	-2,83	106,41 $\Delta = 0,04$
D	82,609	2,56	73,97	80,21	73,93	2 028,33	80,25	-2,11	80,28 $\Delta = 0,03$
E	65,761	1,78	62,33	68,02	62,30	1 977,83	68,03	0,78	68,03 $\Delta = 0,00$
A	77,404	-2,50	72,15	77,17	72,11	2 106,27	77,19	4,28	77,31 $\Delta = 0,02$
Σ	400,001					Surface 10 225,58	Périmètre 394,07		

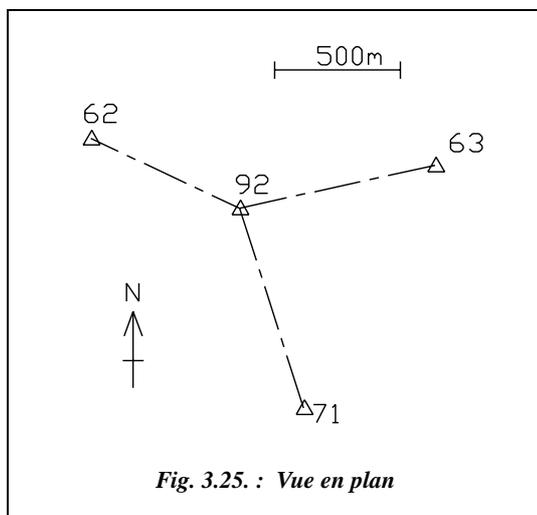
Le détail des calculs du tableau précédent est donné ci-après.

- Calcul des angles au sommet et vérification de la somme qui doit être égale à 400 gon aux arrondis près.
- Calcul des distances horizontales et des surfaces de chaque triangle puis de la surface totale.
- Calcul de la longueur du côté opposé de chaque triangle pour un calcul du périmètre. On peut, dans la pratique, chaîner ces côtés sur le terrain pour contrôler les calculs. C'est l'objet de la dernière colonne, dans laquelle la longueur suivant la pente de chaque côté opposé est recalculée à partir de la longueur horizontale (Dh côté opposé) et de la dénivelée entre les sommets consécutifs. La comparaison avec les mesures montre des écarts de 1 à 4 cm.

Remarque

Le niveau de chantier peut être remplacé par le théodolite dont l'axe optique sera bloqué à l'horizontale. On fait alors toutes les lectures L_j sur la mire posée sur chaque sommet j . Il ne faut pas oublier de mesurer la hauteur de l'axe des tourillons au-dessus du point de station ht . La dénivelée entre la station et le point j devient : $ht - L_j$ (voir chapitre 6 sur le nivellement indirect).

4.4.2 Tour d'horizon sur des points connus éloignés



Dans le but d'un calcul de *G0moyen* de station (voir § 6.1) sur le point 92, l'opérateur effectue le tour d'horizon suivant (quatre paires de séquences) sur trois points anciens connus (62, 63 et 71, fig. 3.25).

La référence de réduction du tour d'horizon est le point 63 ; l'opérateur travaille en canevas de précision.

Les visées étant supérieures à 500 m et l'appareil utilisé (T2) donnant le *dmgon*, il est nécessaire pour l'exercice d'effectuer la **correction de dv** (chap. 2, § 3.4.3.2).

On mesure directement la différence d'abscisse ΔE entre la station et les points d'appui sur une carte au 1/50 000 ; l'opérateur peut donc lire ΔE à ± 50 m près, ce qui est suffisant pour le calcul de dv .

Le travail se situe en zone Lambert II. Les coordonnées de la station sont de l'ordre de (902,1 km ; 65,6 km) relevées sur la carte.

● **Calcul des corrections de dv**

On applique la formule $dv = sK |\Delta E|$.

avec $K = \frac{|N_T - N_0|}{128}$ et s signe de la correction de dv .

Dans cette formule, dv est en dmgon pour des coordonnées E et N en km.

Ici, $N_0 = 200$ km, par approximation $N_T \approx 65,6$ km, donc $K \approx 1,05$ dmgon/km.

Le signe des dv est déterminé en fonction de la position des points par rapport au parallèle origine et par rapport au méridien de la station (se reporter aux explications données au chapitre 2 § 3.4.3.2) :

- le point 62 est à l'ouest du méridien de 92 et au sud du parallèle origine ; donc $dv > 0$ ($s = +1$) ;
- Les points 63 et 71 sont à l'est du méridien de 92 et au sud du parallèle origine donc $dv < 0$ ($s = -1$).
- Tableaux de calcul du tour d'horizon

Point	$ \Delta E $ (km)	dv (dmgon)
62	0,6	0,6 soit 1
63	0,8	-0,8 soit -1
71	0,3	-0,3 soit 0

Réduction d'un tour d'horizon		Dossier :	Chantier 001
Station :	Centrée	Lieu dit :	Z.I croutons
Hauteur tourillons $ht =$	1,69 m	Appareil	T2 + DI 4 L
Nom de la station :	92	Canevas :	Précision

Pt visé	0 CG	100 CD	50 CG	150 CD	25 CG	125 CD	75 CG	175 CD
62	5,6932	105,6937	55,6931	155,6937	30,6942	130,6930	80,6934	180,6942
0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
63	101,0410	201,0407	151,0415	251,0418	126,0401	226,0397	176,0399	276,0419
Réd.	95,3473	95,3474	95,3488	95,3483	95,3461	95,3468	95,3463	95,3482
95,3474	95,3473		95,3485		95,3465		95,3472	
71	249,0198	349,0205	299,0195	399,0186	274,0189	374,0206	324,0184	24,0188
Réd.	243,3261	243,3272	243,3268	243,3251	243,3249	243,3277	243,3248	243,3251
243,3259	243,3266		243,3259		243,3263		243,3249	
62	5,6943	105,6929	55,6924	155,6933	30,6938	130,6928	80,6939	180,6932
0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
Moyennes sur la référence (mgon) :								
62	5,6938	105,6933	55,6928	155,6935	30,6940	130,6929	80,6937	180,6937
Écart de fermeture angulaire des séquences (mgon) : tolérance 1,5 mgon								
	1,1	-0,8	-0,7	-0,4	-0,4	-0,2	0,5	-1,0

Écart des moyennes des lectures par paire par rapport à la moyenne. Tolérance : 1,2 mgon					
Pts	Paire 1	Paire 2	Paire 3	Paire 4	S
63	-0,1	1,1	-0,9	-0,2	0,0
71	0,7	0,0	0,4	-1,0	0,0
S	0,6	1,1	-0,6	-1,2	
Écart sur la référence (n = 3 visées) Tolérance : 0,7 mgon					
	0,2	0,3	-0,1	-0,3	

En conclusion, les tolérances sont respectées, la manipulation est correcte.

● **Tableau de calcul des corrections de $d\nu$ sur les lectures finales**

Point	Lectures gon	$d\nu$ dmgon	$\Delta d\nu$ dmgon	Valeur corrigée gon
62	0,0000	0,6 soit 1	0	0,0000
63	95,3474	-0,8 soit -1	-2	95,3472
71	243,3259	-0,3 soit 1	-1	243,3258

La chronologie des calculs des tableaux précédents est détaillée ci-après :

- Calcul des moyennes sur la référence et des écarts de fermeture angulaire pour chacune des huit séquences, comparaison à la tolérance réglementaire (1,5 mgon en canevas de précision). (A effectuer sur le terrain).
- Réduction des huit séquences à zéro sur la référence (point 62) en retranchant la moyenne sur la référence aux lectures sur les autres points (63 et 71).
- Moyenne des lectures par paire puis moyenne des quatre paires.
- Calcul des écarts des lectures par rapport à la moyenne et comparaison à la tolérance (1,2 mgon en précision). (A effectuer sur le terrain).
- Calcul des écarts sur la référence pour chaque paire et comparaison à la tolérance (0,7 mgon en précision).
- Ajout des corrections de $d\nu$ puis, si nécessaire, nouvelle réduction à 0 sur la référence (ou bien, comme ici, ajout direct des différence de $d\nu$ entre chaque point et la référence).



Le tableau REDUCHZ.XLS du cédérom permet le calcul automatique des réductions.

5 CALCUL DE GISEMENT

Le gisement est un angle horizontal très utilisé par les topographes puisque très pratique dans les calculs.

5.1 Définition

Le gisement d'une direction AB est l'angle horizontal mesuré positivement dans le sens horaire entre l'axe des ordonnées du système de projection utilisé et cette direction AB (fig. 3.26).

On le note G_{AB} (ou aussi V_{AB}).

Mathématiquement, c'est l'angle positif en sens horaire entre l'axe des ordonnées du repère et le vecteur \overrightarrow{AB} . G est compris entre 0 et 400 gon.

Par exemple (fig. 3.26) : G_{AB} est l'angle entre le Nord (ordonnées) et la direction AB.

G_{BA} est l'angle entre le Nord et la direction BA.

La relation qui lie G_{AB} et G_{BA} est : $G_{BA} = G_{AB} + 200$

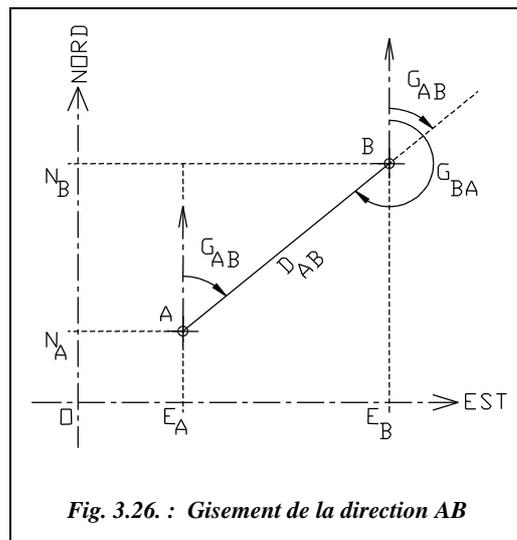


Fig. 3.26. : Gisement de la direction AB

5.2 Calcul d'un gisement à partir des coordonnées cartésiennes

Considérons les coordonnées de deux points $A(E_A, N_A)$ et $B(E_B, N_B)$ (voir fig. 3.26).

La relation suivante permet de calculer G_{AB} : $\tan G_{AB} = \frac{E_B - E_A}{N_B - N_A}$ (1)

Remarque

Pour obtenir la valeur de G , il faut utiliser la fonction $\tan^{-1}()$ ou inverse tangente. Les problèmes que pose l'utilisation de cette fonction sont abordés dans le chapitre 5 du tome 2 au paragraphe 2.3. Rappelons que pour l'équation $G = \tan^{-1} K$, une calculatrice ne donne qu'une solution ($-100 < G < 100$ gon) alors qu'il existe plusieurs antécédents possibles.

En effet, $\tan G = \tan(200 + G) = \tan(G - 200)$. La calculatrice ne donne donc pas forcément le bon angle G correspondant au problème.

5.2.1 Application



Calculez à partir de la formule (1) le gisement de la direction AB suivante :

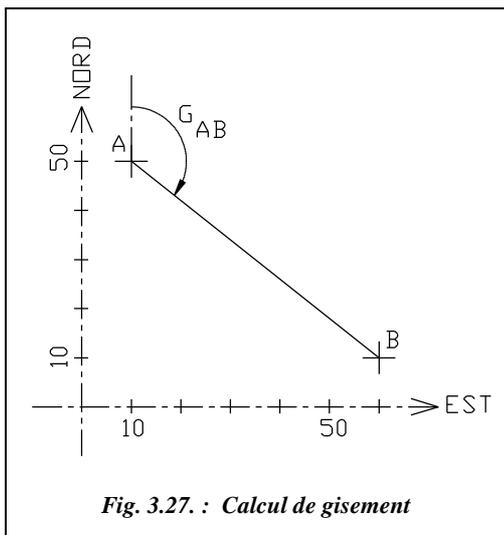


Fig. 3.27. : Calcul de gisement

A (10 ; 50) et B (60 ; 10)

$$\Delta E = E_B - E_A = +50$$

$$\Delta N = N_B - N_A = -40$$

$$G_{AB} = \tan^{-1}(50/-40) = -57,045 \text{ gon}$$

En observant le schéma des points A et B placés sur le graphique ci-contre (fig. 3.27), on s'aperçoit de l'incohérence de ce résultat. L'angle donné n'est visiblement pas égal à $-57,045$ gon c'est-à-dire à $-57,045 + 400 = 342,955$ gon.

En fait, la calculatrice donne la valeur de l'angle auxiliaire g (fig. 3.28). Pour obtenir G_{AB} , il faut donc tenir compte de la position du point B par rapport au point A ; on parle de quadrants :

- Quadrant 1 : B est à l'est et au nord de A ($\Delta E > 0$ et $\Delta N > 0$).

$$G_{AB} = g$$

- Quadrant 2 : B est à l'est et au sud de A ($\Delta E > 0$ et $\Delta N < 0$).

$$G_{AB} = 200 + g \text{ (avec } g < 0)$$

- Quadrant 3 : B est à l'ouest et au sud de A ($\Delta E < 0$ et $\Delta N < 0$).

$$G_{AB} = 200 + g \text{ (avec } g > 0)$$

- Quadrant 4 : B est à l'ouest et au nord de A ($\Delta E < 0$ et $\Delta N > 0$).

$$G_{AB} = 400 + g \text{ (avec } g < 0)$$

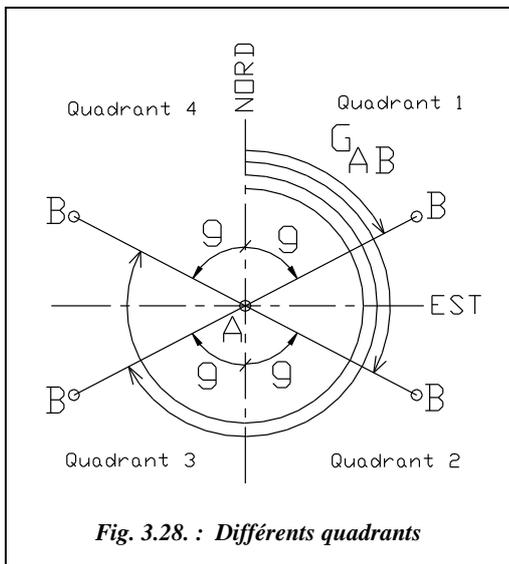


Fig. 3.28. : Différents quadrants

Les valeurs de l'exemple traité précédemment mettent en évidence la nécessité de ce calcul et la vérification de la valeur du gisement de 142,955 gon, correspondant au schéma de la figure 3.27.

5.2.2 Application : programmation du calcul du gisement en basic standard



```

5 REM Entrée des données
10 INPUT "EA = " ; EA : INPUT "NA = " ; NA
20 INPUT "EB = " ; EB : INPUT "NB = " ; NB
25 REM Cas où ΔN=0
30 IF (NB = NA AND EB > EA) THEN G = 100 : GOTO 80
40 IF (NB = NA AND EB < EA) THEN G = 300 : GOTO 80
45 IF (NB = NA AND EB = EA) THEN PRINT "Impossible" : END
47 REM Valeur générale du gisement G
50 G = ATAN((EB-EA)/(NB-NA))
55 REM Cas des 2° et 3° quadrants
60 IF NB < NA THEN G = 200 + G
65 REM Cas du 3° quadrant
70 IF (EB < EA AND NB > NA) THEN G = 400 + G
80 PRINT "GAB = " ; G : END

```

Ce programme est fourni sur le cédérom dans le fichier GISEMENT.BAS pour une utilisation avec QBASIC. Il constitue un sous-programme important de tous les programmes de calcul de topographie.

5.2.3 Utilisation de la calculatrice

La programmation précédente n'est pas nécessaire si la calculatrice possède une fonction de transformation de coordonnées rectangulaires en coordonnées polaires. Elle est utilisée pour obtenir directement le gisement G (voir tome 2 chap. 5 § 8.1).

Sur la calculatrice, la transformation fonctionne en conventions mathématiques, elle donne donc l'angle polaire mathématique. Pour obtenir le gisement, il suffit d'invertir les coordonnées E et N . La calculatrice donne alors deux résultats : la distance D_{AB} puis le gisement G_{AB} (si ce dernier est négatif, il faut ajouter 400 gon).



Exemple : sur FX 850P, tapez POL ($N_B - N_A, E_B - E_A$) [EXE] La calculatrice donne alors la distance AB.

Puis tapez [Y] [EXE], vous obtenez alors le gisement G_{AB} .

A l'inverse, si vous connaissez D et G , vous pouvez obtenir ΔE et ΔN ainsi :

REC (D , G) [EXE] La calculatrice donne alors ΔN .

[Y] [EXE] Vous obtenez ensuite ΔE .

5.2.4 Tableau de calcul de gisement



Un tableau de calcul de gisement est proposé sur le cédérom : il se nomme GISEMENT.XLS. Le gisement γ est programmé de quatre manières différentes.

1) En langage de programmation d'Excel : Visual Basic (fonction gisement du tableau MENUPO.XLS).

2) En utilisant la méthode des quadrants (calcul du quadrant puis de l'angle auxiliaire).

3) En une formule classique pouvant être reprise dans un autre programme (formule listée ci-après). Les coordonnées E et N de A étant en cases $A1$ et $A2$, les coordonnées E et N de B étant en case $B1$ et $B2$, la formule suivante donne le gisement de la direction AB :

Formule	Commentaires
= SI(B2=A2), SI(B1>A1, 100, SI(B1=A1, « Impossible », 300)), SI(B2<A2, ATAN((B1-A1)/(B2-A2))*200/PI()+200, SI(B1<A1, ATAN((B1-A1)/(B2-A2))*200/PI()+400, ATAN((B1-A1)/(B2-A2))*200/PI()))	Cas où $NB = NA$ Quadrants 2 et 3 Quadrant 4 Quadrant 1

Les décalages de lignes sont uniquement destinés à la compréhension. Ils ne sont pas introduits dans le tableau. Le cas $B2 = A2$ et $B1 = A1$ donne le résultat « Impossible » ; on peut aussi donner comme résultat 0.

4) En utilisant la fonction ATAN2() d'Excel qui permet un calcul direct du gisement. La formule de calcul est alors la suivante :

$$= \text{SI}(\text{ATAN2}(\text{B1}-\text{A1}, \text{B2}-\text{A2}) > \text{PI}()) / 2,$$

$$100 - \text{ATAN2}(\text{B1}-\text{A1}, \text{B2}-\text{A2}) * 200 / \text{PI}() + 400,$$

$$100 - \text{ATAN2}(\text{B1}-\text{A1}, \text{B2}-\text{A2}) * 200 / \text{PI}() \downarrow$$

5.3 Utilisation du gisement pour les calculs de coordonnées

En topographie, il est très fréquent de connaître un point S (E_S, N_S) et de chercher les coordonnées d'un point P visible depuis S. On dit que P est rayonné depuis S si l'on peut mesurer la distance horizontale D_{SP} et le gisement G_{SP} (fig. 3.29). Quel que soit le quadrant, on peut alors calculer les coordonnées du point P par les formules suivantes :

$$\begin{aligned} E_P &= E_S + D_{SP} \cdot \sin G_{SP} \\ N_P &= N_S + D_{SP} \cdot \cos G_{SP} \end{aligned}$$

A défaut de mesurer directement G_{SP} , on mesure un angle α avec une direction dont le gisement est connu ou bien on calcule un *GO moyen* de station (voir § 6).

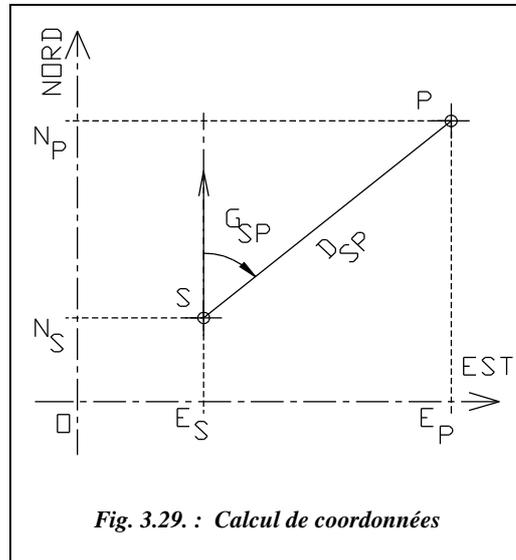


Fig. 3.29. : Calcul de coordonnées

Application

S (680 379,84 ; 210 257,06) est donné en coordonnées Lambert (m), calculez les coordonnées de P tel que : $D_{SP} = 45,53$ m et $G_{SP} = 172,622$ gon.

Réponse

P (680 398,82 ; 210 215,68)



Graphiquement, on peut utiliser le DAO pour calculer ou dessiner un gisement.

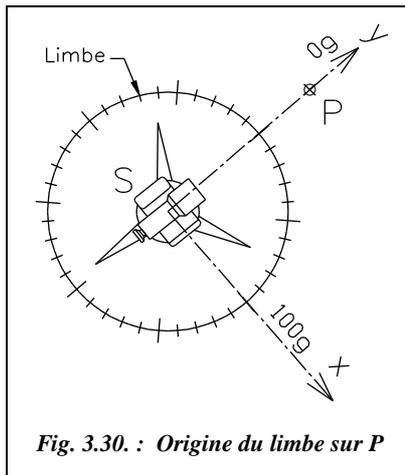
L'environnement de travail est : angles en grades, sens de rotation horaire, zéro au Nord (boîte de dialogue **CONTROLE DES UNITES** du menu **FORMAT**).

Calculez les coordonnées d'un point rayonné P : tracez la droite SP, **LIGNE** du point 680379.84,210257.06 au point @45.53<172.622 (coordonnées polaires en conventions topographiques). **Zoom** Etendu suivi de **Zoom** 0.8x puis commande **ID** pour obtenir les coordonnées de P.

Pour obtenir la longueur et le gisement d'une droite existante, on utilise la commande **LISTE** ; elle donne directement la longueur SP et le gisement (appelé « angle dans le plan XY »). Attention : ce gisement dépend du sens du dessin de la droite ; il est donc donné à 200 gon près.

6 DÉTERMINATION DU *G0*moyen DE STATION

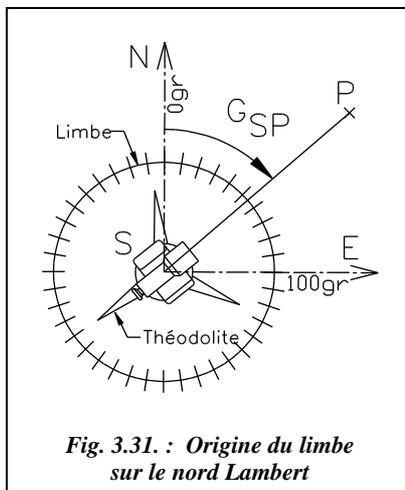
6.1 Présentation



Lors de la mise en station d'un théodolite sur un point S connu en coordonnées Lambert, la position du zéro du limbe est au départ quelconque.

S'il désire fixer le repère dans lequel il va travailler, l'opérateur oriente le limbe (cercle horizontal de l'appareil) sur un autre point connu P. Deux cas se présentent alors :

- Le point est connu en coordonnées locales : le travail se fait en coordonnées locales. L'opérateur place généralement le zéro du limbe sur le point P et définit ainsi le repère Sxy (fig. 3.30).



- Le point est connu en coordonnées Lambert : il est alors possible de calculer le gisement de la direction SP et l'afficher sur le point P. On définit ainsi le repère SEN de la figure 3.31. dont les axes sont parallèles au repère Lambert général. L'intérêt de cette deuxième manipulation est de travailler directement en repère Lambert et donc de limiter les calculs intermédiaires. Dans la pratique, on ne bougera pas le limbe de l'appareil. On se contentera de viser le point P et d'en déduire le gisement du zéro du limbe, appelé *G0* (fig. 3.32). Cette orientation peut être faite sur un seul couple de points SP, mais, pour plus de précision, on peut calculer une moyenne sur plusieurs autres points connus bien répartis autour de la station, d'où le terme de *G0*moyen de station.

6.2 CALCUL DU $G0$ DE STATION

Le $G0$ de station (noté aussi $V0$) est une constante d'orientation de la station S qui, ajoutée à une lecture d'angle horizontal sur un point P visé, donne le gisement de la direction SP . C'est aussi le gisement du zéro du limbe, soit l'angle entre la direction de l'axe des ordonnées du repère Lambert et le zéro du limbe de l'appareil stationné (fig. 3.32).

Le gisement de la direction SP est défini par :

$$\text{Donc : } \begin{cases} G_{SP} = G0 + L_{S \rightarrow P} \\ G0 = G_{SP} - L_{S \rightarrow P} \end{cases}$$

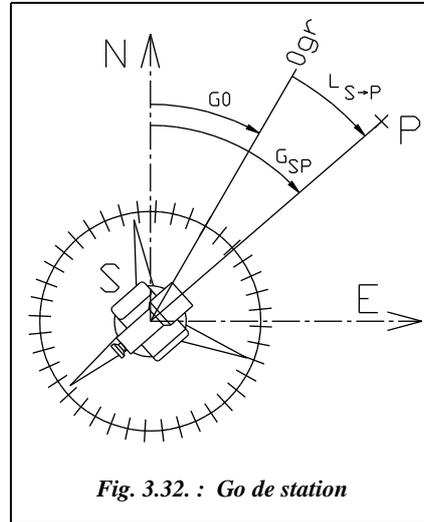


Fig. 3.32. : $G0$ de station

6.3 DÉFINITION DU $G0$ MOYEN DE STATION

Pour améliorer la précision de l'orientation de la station, plusieurs lectures sur des points connus en coordonnées sont déterminées : ces points sont appelés « points anciens ». Pour obtenir une orientation correcte, il faut au minimum deux visées (trois ou quatre sont préférables) réparties sur les quatre quadrants autour du point de station S .

- Soit quatre points anciens M , N , O et P visés depuis la station S , on obtient quatre valeurs du $G0$:

$$\begin{array}{ll} \text{Visée sur } M : G0_1 = G_{SM} - L_{S \rightarrow M} & \text{Visée sur } O : G0_3 = G_{SO} - L_{S \rightarrow O} \\ \text{Visée sur } N : G0_2 = G_{SN} - L_{S \rightarrow N} & \text{Visée sur } P : G0_4 = G_{SP} - L_{S \rightarrow P} \end{array}$$

Le $G0$ moyen est alors la moyenne pondérée des $G0_i$. Elle n'est pondérée que si les visées sont d'inégale longueur (la pondération est proportionnelle à la longueur de chaque visée car plus une visée est longue plus son orientation angulaire théorique est précise).

$$\text{On a donc : } G0_{\text{moyen}} = \frac{\sum_{i=1}^{i=n} p_i \cdot G0_i}{\sum_{i=1}^{i=n} p_i}$$

n est le nombre de visées d'orientation (nombre de $G0_i$ calculés).

p_i représente le poids de chaque visée, c'est-à-dire sa longueur en kilomètre : $p_i = D_{i_{\text{km}}}$.

Les poids p_i sont arrondis au mètre dans les calculs manuels.

6.4 Détermination des écarts et tolérances

6.4.1 Détermination de l'écart d'orientation en une station

Pour une visée d'orientation donnée, l'écart d'orientation (noté ei) est l'écart angulaire entre le gisement « observé » et le gisement définitif calculé d'une direction c'est-à-dire l'écart entre le $G0_{moyen}$ et la valeur du $G0$ issu de cette visée.

Il doit être comparé aux tolérances réglementaires suivantes (arrêté du 21 janvier 1980).

Type de canevas	Canevas de précision	Canevas ordinaire
Nbre de paires de séquences	4	2
Tolérances en mgon	$\sqrt{\left(0,3 + \frac{6,5}{Dm^2}\right) \cdot \frac{n-1}{n}}$	$\sqrt{\left(1 + \frac{162}{Dm^2}\right) \cdot \frac{n-1}{n}}$
Formules approchées ¹ .	$Dm \approx 1,5 \text{ km} \Rightarrow 1,8 \sqrt{\frac{n-1}{n}}$	$Dm \approx 3 \text{ km} \Rightarrow 4,3 \sqrt{\frac{n-1}{n}}$

1. On considère que Dm doit approcher une valeur de 3 km en canevas ordinaire et 1,5 km en canevas de précision, d'où les coefficients 1,8 et 4,3 des formules approchées.

où :

n est le nombre total de visées d'orientation sur les points anciens pour le calcul du $G0_{moyen}$.

Dm est la longueur moyenne des visées en km

Ces tolérances sont justifiées de la façon suivante :

On peut considérer que l'erreur en orientation sur une station provient de deux causes distinctes :

- Erreurs de lectures angulaires du tour d'horizon. La tolérance sur cette erreur est $t_1 = \frac{\varepsilon}{\sqrt{p}}$ pour un nombre p de paires de séquences et ε est l'écart angulaire sur une lecture pour une paire.

- Incertitude sur la connaissance des points anciens. La tolérance sur cette erreur est $t_2 \approx \frac{T(x)}{D}$, $T(x)$ étant incertitude sur la connaissance d'un point ancien.

On convertit t_2 , qui est exprimé en radian, en gon en le multipliant par $200/\pi$. Si la distance de visée D est exprimée en km et $T(x)$ en cm, on obtient t_2 en mgon en le

multipliant par $2/\pi$, soit $t_{2_{moyen}} = \frac{2T(x)}{\pi D_{km}}$.

En canevas de précision, les valeurs prises sont : $\varepsilon = 1,16$ mgon , $p = 4$ et $T(x) = 4$ cm.

En canevas ordinaire, les valeurs prises sont : $\varepsilon = 1,5$ mgon, $p = 2$ et $T(x) = 20$ cm.

La tolérance résultante de ces deux erreurs est de la forme ci-après :

$$T_r = \sqrt{t_1^2 + t_2^2} = \sqrt{\frac{\varepsilon^2}{p} + \left[\frac{2T(x)}{\pi D_{\text{km}}}\right]^2}$$

On retrouve ainsi les coefficients 0,3 et 6,5 (canevas de précision) ainsi que 1 et 162 (canevas ordinaire). Cette tolérance T_r ne s'applique qu'à une détermination d'une valeur du $G0$ sur une direction.

Si on effectue n déterminations du $G0$ et que l'on en fait la moyenne arithmétique, on obtient la tolérance suivante sur la valeur moyenne du $G0$: $T_m = T_r / \sqrt{n}$. La tolérance sur un écart d'orientation e_j donné s'exprime différemment. Soit e_j l'écart d'orientation sur la visée j :

$$e_j = G0 - G0_j = \frac{\sum G0_i}{n} - G0_j$$

$$e_j = \frac{\sum G0_i - n \cdot G0_j}{n} = \frac{G0_1}{n} + \frac{G0_2}{n} + \dots + \frac{(1-n) \cdot G0_j}{n} + \frac{G0_n}{n}$$

Si l'on admet que la tolérance sur chaque $G0_i$ est identique et vaut T_r pour une longueur moyenne des visées Dm_{km} , la tolérance sur chaque écart e_j est alors :

$$T_{e_j} = \sqrt{(n-1) \cdot \frac{T_r^2}{n^2} + (n-1)^2 \cdot \frac{T_r^2}{n^2}} = \sqrt{\frac{n-1}{n} \cdot T_r^2} = \sqrt{\frac{n-1}{n} \cdot \left(\frac{\varepsilon^2}{p} + \left[\frac{2T(x)}{\pi D_{\text{km}}}\right]^2\right)}$$

6.4.2 Détermination de L'écart moyen quadratique d'orientation

Généralement calculé pour un ensemble de mesures (par exemple pour tout un chantier), il peut être aussi calculé pour une seule station. Il correspond à une moyenne statistique sur plusieurs manipulations (tome 2 chap. 5, § 12). Par définition, on a :

$$Emq = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{i=N} ei^2}{N-1}}$$

ei représente tous les écarts d'orientations.

N est le nombre total des écarts d'orientation ei .

Cet écart moyen quadratique est soumis aux tolérances réglementaires suivantes :

Type de canevas	Canevas de précision	Canevas ordinaire
Nombre paires de séquences	4	2
Tolérances en mgon	$0,7 \frac{\sqrt{2N-3} + 2,58}{\sqrt{2N}}$	$1,7 \frac{\sqrt{2N-3} + 2,58}{\sqrt{2N}}$

6.5 UTILISATION DU $G0_{moyen}$ pour le calcul de points nouveaux

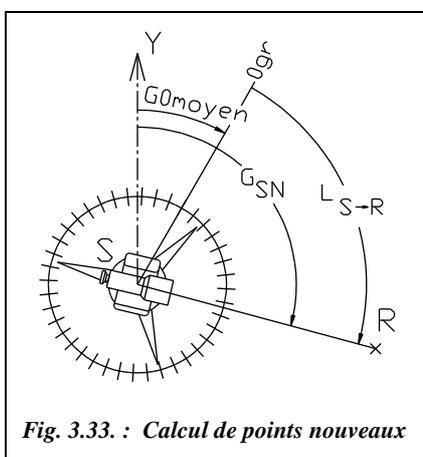


Fig. 3.33. : Calcul de points nouveaux

Les points visés ensuite et dont on veut déterminer les coordonnées sont appelés **points nouveaux**.

On obtient le gisement pour chacun d'eux en ajoutant le $G0_{moyen}$ de station à la lecture sur chaque point (fig. 3.33), ce qui est un gage de détermination précise.

Soit le point nouveau R, on a :

$$G_{SN} = G0_{moyen} + L_{S \rightarrow R}$$

6.6 Tableau de calcul GOSTAT.XLS



Excel 7

Le tableau GOSTAT.XLS du cédérom permet un calcul rapide d'un $G0_{moyen}$. La correction de l'exemple donné au paragraphe 6.8. a été faite au moyen de ce tableau.

6.7 Programmation en basic standard



QBASIC

Ce programme fournit sur le cédérom, se nomme GOSTAT.BAS. Son listing est détaillé ci-après.

```

5 PRINT "G0moyen de station"
6 REM Entrée du nombre de visées
10 INPUT " nombre de points visés"; NP
15 DIM L(NP), E(NP), N(NP), D(NP), G0(NP), E(NP)
20 REM Entrée des coordonnées de la station
25 INPUT "Estation(m) = "; E1

```

```

26 INPUT "Nstation(m) = "; N1
28 REM Boucle d'entrée des coordonnées des points anciens et des lectures sur
    ces points
30 FOR I = 1 TO NP : PRINT "Point n° " ; I
35 INPUT "E(m) = "; E(I) : INPUT "N(m) = "; N(I)
36 INPUT "Lecture (gon) " ; L(I) : NEXT I
38 REM Boucle de calcul gisements de chaque visée
40 FOR I = 1 TO NP : E2 = E(I) : N2 = N(I) : GOSUB 100
45 G(I) = G : D(I) = D : NEXT I : G0 = 0 : DT = 0
47 REM Boucle de calcul des G0i
50 FOR I = 1 TO NP : G0(I) = G(I) - L(I)
51 IF G0(I) < 0 THEN G0(I) = G0(I) + 400
55 G0 = G0 + G0(I) * D(I) : DT = DT + D(I) : NEXT I
57 REM Affichage G0moyen arrondi
60 G0 = G0 / DT : PRINT "G0 moyen : ";
62 PRINT INT(G0*10000)/10000; " gon"
63 REM Boucle calcul (ei)
64 PRINT "Ecart d'orientations en mgon : "
65 FOR I = 1 TO NP : GOB=G0+L(I) : IF GOB > 400 THEN GOB=GOB-400
66 E(I) = (GOB - G(I))*1000 : PRINT INT(E(I)*10)/10 : NEXT I
68 REM Somme carrés (ei)
70 SE = 0 : FOR I = 1 TO NP : SE = SE + E(I) ^ 2 : NEXT I
73 REM Affichage écarts et tolérances
75 PRINT "Ecart moyen quadratique (mgon) " ; SQR(SE / (NP - 1))
80 PRINT "Tolérances sur les écarts (mgon)".
82 PRINT "Canevas ordinaire: ";
    SQR((1 + 162 / ((DT / NP) / 1000) ^ 2) * (NP - 1) / NP)
83 PRINT "Canevas précision: ";
    SQR((0.3 + 6.5 / ((DT / NP) / 1000) ^ 2) * (NP - 1) / NP)
85 PRINT "Tolérances Emq (mgon)" :
    Temq = (SQR(2 * NP - 3) + 2.58) / SQR(2 * NP)
86 PRINT "Canevas ordinaire : " ; INT(17 * Temq)/10
87 PRINT "Canevas précision : " ; INT(7 * Temq)/10
95 END
98 REM Sous-programme de calcul de gisement G et de distance D
100 IF (N2 = N1 AND E2 > E1) THEN G = 100 : GOTO 150
110 IF (N2 = N1 AND E2 < E1) THEN G = 300 : GOTO 150
120 G = ATAN( (E2-E1)/(N2-N1))
130 IF N2 < N1 THEN G = 200 + G
140 IF (E2 < E1 AND N2 > N1) THEN G = 400 + G
150 : D = SQR((E2-E1)^2+(N2-N1)^2) : RETURN

```

6.8 Exemple de calcul

A partir d'un extrait de carnet sur lequel apparaît un tour d'horizon en deux paires de séquences (deux pointés par visée) depuis la station 50 sur trois points anciens (51, 52 et 53) et deux points nouveaux (80 et 81) du canevas ordinaire, calculez les coordonnées des points nouveaux et vérifiez que toutes les mesures faites pour arriver au résultat entrent dans les tolérances réglementaires.

Ci-contre sont données les coordonnées des points anciens.

Points	E (m)	N (m)
50	982 591,01	3 155 242,71
51	983 111,45	3 157 891,81
52	986 130,98	3 154 407,73
53	979 758,40	3 154 999,82

6.8.1 Réduction du carnet d'observations angulaires

Le détail des calculs est le suivant (pour la définition des termes, voir § 4.3) :

- calcul de la moyenne des deux lectures faites sur chaque point.
- calcul de la moyenne des lectures sur la référence : vérifiez l'écart de fermeture angulaire de chaque séquence par rapport à la tolérance qui est de 2,8 mgon en canevas ordinaire.
- retranchez la moyenne sur la référence aux lectures moyennes sur chaque point : réduction à 0 sur la référence.

Ce calcul est effectué sur le tableau suivant (tableau REDUCHZ.XLS du cédérom).

Réduction d'un tour d'horizon		Dossier :	triangulation cadastrale
Station :	Centrée	Lieu dit :	L.T.G.C Antibes
Hauteur tourillons ht :	1.72 m	Appareil :	T2 + DI4L
Nom de la station :	50	Canevas :	Ordinaire
Date :	05/01/97	Vent :	Aucun
Opérateur :	Dupont	Visibilité :	Bonne

Lectures et réductions : deux paires de séquences avec double pointé ont été effectuées.

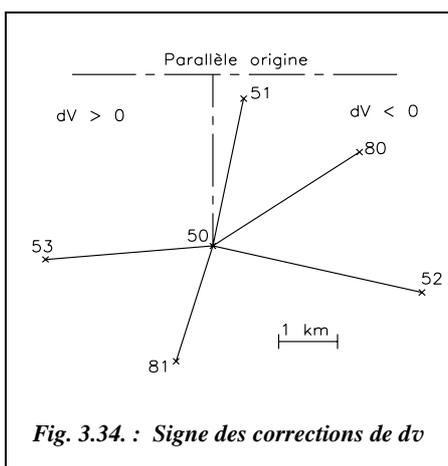
Pt. Visé & Croquis	0 - 25 CG gon	100 - 125 CD gon	50 - 75 CG gon	150 - 175 CD gon	Moyennes par paire réduites à 0
80	8,8059	108,8134	58,8102	58,8096	
	8,8103	108,8095	58,8094	158,8122	
Moyenne	<i>8,8081</i>	<i>108,8115</i>	<i>58,8098</i>	<i>158,8109</i>	<i>0,0000</i>
52	61,5961	161,5961	111,5959	211,5963	
	61,5966	161,5959	111,5954	211,5961	52,7864
Moyenne	61,5964	161,5960	111,5957	211,5962	52,7855
Réduction	<i>52,7877</i>	<i>52,7850</i>	<i>52,7855</i>	<i>52,7856</i>	<i>52,7859</i>
81	165,4357	265,4351	215,4352	315,4362	
	165,4361	265,4357	215,4353	315,4354	156,6258
Moyenne	165,4359	265,4354	215,4353	315,4358	156,6251
Réduction	<i>156,6273</i>	<i>156,6244</i>	<i>156,6251</i>	<i>156,6252</i>	<i>156,6255</i>
53	241,4045	341,4051	291,4048	391,4038	
	241,4039	341,4053	291,4055	391,4052	232,5949
Moyenne	241,4042	341,4052	291,4052	391,4045	232,5944
Réduction	<i>232,5956</i>	<i>232,5942</i>	<i>232,5950</i>	<i>232,5939</i>	<i>232,5946</i>
51	359,1980	59,1989	9,1979	109,1988	
	359,1986	59,1978	9,1981	109,1992	350,3885
Moyenne	359,1983	59,1984	9,1980	109,1990	350,3881
Réduction	<i>350,3897</i>	<i>350,3874</i>	<i>350,3878</i>	<i>350,3884</i>	<i>350,3883</i>
80	8,8075	108,8100	58,8091	158,8107	
	8,8108	108,8111	58,8121	158,8101	
Moyenne	<i>8,8092</i>	<i>108,8106</i>	<i>58,8106</i>	<i>158,8104</i>	<i>0,0000</i>
Moyennes sur la référence :					
80	<i>8,8086</i>	<i>108,8110</i>	<i>58,8102</i>	<i>158,8107</i>	
Écart de fermeture angulaire des séquences (mgon) :					Tolérance :
	<i>1,0</i>	<i>-0,9</i>	<i>0,8</i>	<i>-0,5</i>	2,8 mgon

Le contrôle des tolérances s'effectue ainsi :

- faites les moyennes par paire pour chaque point visé puis faites la moyenne de ces deux moyennes ; vérifiez en même temps l'écart des lectures par paire par rapport à la moyenne et comparez-le à la tolérance de 1,3 mgon (ordinaire).
- calculez l'écart sur la référence (rapport entre la somme algébrique des écarts de lecture et le nombre de directions visées augmenté de 1) et comparez-le à la tolérance qui est de 0,8 mgon en canevas ordinaire.

Écarts à la moyenne des moyennes des lectures par paire. Tolérance : 1,3 mgon			
Points	Paire 1	Paire 2	S
52	0,4	-0,4	0,0
81	0,4	-0,4	0,0
53	0,2	-0,2	0,0
51	0,2	-0,2	0,0
Σ	1,3	-1,3	
Écart sur la référence (mgon) cinq visées ; tolérance : 0,8 mgon			
	Paire 1	Paire 2	S
Écart	0,2	-0,2	0,0

6.8.2 Calcul des Corrections de $d\vartheta$



Calculez les corrections de $d\vartheta$ et appliquez-les pour obtenir les lectures définitives (voir chap. 2, § 3.4.3.2) : $d\vartheta = sK|\Delta E|$ avec

$$K = \frac{|N_T - N_o|_{\text{km}}}{128}$$

Pour simplifier les calculs, étant donné la portée des visées, on peut considérer que le point de courbure moyenne est confondu avec le point de station (50). On ne calcule alors qu'un seul coefficient angulaire kilométrique K qui correspondra au point de station 50 :

$$N_{50} = 3\,155,2 \text{ km donc :}$$

$$K = 0,35 \text{ dmgon/km}$$

Le détail du calcul des $d\vartheta$ pour chaque visée est le suivant :

Pour les points anciens, la différence de coordonnées en ΔE est connue.

Pour les points nouveaux, il faut en calculer rapidement une valeur approchée : par exemple, en plaçant les points sur un schéma à petite échelle et en mesurant ΔE directement sur le schéma (fig. 3.34).

Les distances horizontales mesurées (et réduites à la projection) du point de station aux points nouveaux 80 et 81 sont les données dans le tableau ci-contre.

Point	Dh (m)
80	3000,460
81	2164,600

Le signe des corrections de $d\nu$ est lu sur ce schéma en fonction de la position des visées par rapport au parallèle origine et au méridien du point de station (fig. 3.34).

Points	$ \Delta E $ (km)	$d\nu$ (dmgon)
51	0,5	-0,2
80	2,5	-0,9
52	3,5	-1,2
81	0,6	0,2
53	2,8	1,0

Calcul des corrections de $d\nu$

Comme indiqué sur les tableaux précédents, les corrections de $d\nu$ sont effectuées sur toutes les visées. Étant donné que la correction de $d\nu$ sur la visée de référence (point 80) n'est pas nulle (elle vaut $-0,9$ dmgon), il faut ôter cette valeur à toutes les autres corrections pour obtenir la réduction des lectures à zéro sur le point de référence 80 (colonne $\Delta(d\nu)$ du tableau).

Pt	Lectures gon	$d\nu$ dmgon	$\Delta(d\nu)$ dmgon	Valeur corrigée
80	0,0000	-0,9		0,0000
52	52,7859	-1,2	-0,3	52,7859
81	156,6255	0,2	1,1	156,6256
53	232,5946	1,0	1,9	232,5948
51	350,3883	-0,2	-0,7	350,3884

Remarquez la faible valeur de ces corrections qui justifie que l'on n'en tienne compte que pour de longues visées (au delà du kilomètre) et lors de manipulations avec lectures effectuées au décimilligrade.



L'étape de dessin du schéma à l'échelle (qui doit être la première du calcul) peut être réalisée sur DAO (voir fig. 3.34).

AutoCAD LT

L'environnement de travail est réglé dans le menu **FORMAT / CONTROLE DES UNITES** : angles en grades, zéro au nord, sens horaire, trois chiffres significatifs pour les longueurs et quatre pour les angles.

1) Dessin des points anciens : les coordonnées sont entrées sans tenir compte de la zone Lambert (par simplification).

POINT ↵ 982591.01,155242.71 ↵ ↵ 983111.45,157891.81 ↵ ↵ 986130.98,154407.73 ↵ ↵ 979758.4,154999.82 ↵ Puis *Zoom* ↵ *Etendu* ↵ suivi de *Zoom* ↵ 0.8x ↵.

2) Dessin des points nouveaux : pour un schéma, on se contentera de placer les points 80 et 81 au moyen des lectures angulaires faites en CG lors de la première paire de séquences puisque l'on cherche la valeur de ΔX au km près.

- Si l'on a déjà calculé le G_{moyen} de station, on peut facilement dessiner 80 et 81 (après réduction à la référence) ; pour le point 80, le gisement est de 61.9605 grades.
LIGNE ↵ du point *NODal* de ... (point 50) au point @3000.46<61.9605 ↵
Pour le point 81, le gisement est d'environ $61.96 + 156.63 = 218.59$ grades.
LIGNE ↵ du point *NODal* de ... (point 50) au point @2164.6<218.59 ↵
- Sans G_{moyen} , il faut positionner l'origine des angles de sorte que la lecture sur le point 80 soit de l'ordre de 8,81 grades. Cela revient à positionner une lecture de 61,6

grades sur le point 52. Pour cela, on effectue les opérations suivantes : menu FORMAT / CONTROLE DES UNITES, bouton DIRECTION, cochez la case AUTRE et saisissez la nouvelle direction du zéro (bouton SAISIR) : de NODal de... (point 50) à NODal de... (point 52), donnez ensuite l'angle sur cette direction (attention : on doit entrer l'angle entre l'axe des x et la direction en sens horaire), soit 361.6 grades ; Dessinez ensuite les droites 50-80 et 50-81.

LIGNE du point NODal de... (point 50) au point @3000.46<8.81

LIGNE du point NODal de... (point 50) au point @2164.6<165.44

3) Mesure des différences d'abscisse ΔX

DISTANCE du point NODal de... (point 50) au point EXTRémité de ... (point 80).

AutoCAD fournit la distance, les valeurs de ΔX , ΔY et ΔZ ainsi que le gisement de la droite pointée (à 200 grades près suivant le sens de définition de la droite). Il en est de même pour le point 81.

6.8.3 Calcul du G0 moyen de station



Le calcul de réduction du tour d'horizon du paragraphe 6.8.1. a été réalisé à l'aide d'Excel et du tableau REDUCHZ.XLS du cédérom de l'ouvrage. Il en est de même pour le tableau suivant (G0STAT.XLS) qui inclut un calcul automatique de d_v .

Points	Lectures L_{sp} gon	Portée $S - P_i$ D_i (km)	Gisem. SP G_{sp} gon	G0 station $G_{0i} = G_{sp} - L_{sp}$ gon	Gis. observé $G_{0m} + L_{sp}$ gon	Ecart e_i $G_{0m} - G_{0i}$ mgon	Bilan
51	350,3884	2,700	12,3497	61,9613	12,3489	-0,8	T.bon
52	52,7859	3,637	114,7465	61,9606	114,7464	-0,1	T.bon
53	232,5948	2,843	294,5544	61,9596	294,5554	0,9	Bon

Calculs annexes au tableau G0STAT.XLS

Nombre de points visés : 3

Longueur moyenne des visées : $D_m = 3,1$ km

G0 de station : moyenne pondérée sur les longueurs des visées $G_{0m} = 61,9605$ gon

Tolérance sur e_i 3,5 mgon canevas ordinaire $\sqrt{(1 + 162/D_m^2)(n - 1)/n}$

0,8 mgon canevas de précision $\sqrt{(0,3 + 162/D_m^2)(n - 1)/n}$

Écart quadratique moyen d'orientation $E_{mq} = 0,9$ mgon T.bon,

Tolérance sur E_{mq} : 3,0 mgon canevas ordinaire $1,7 \sqrt{((2n - 3) + 2,58)/2n}$

1,2 mgon canevas de précision $0,7 \sqrt{((2n - 3) + 2,58)/2n}$

Remarquez que la valeur du G_{moyen} de station ne correspond plus au gisement du zéro du limbe tel qu'il était réellement en station au point 50. L'opération de réduction des lectures du tour d'horizon au point 80 a décalé artificiellement la position du zéro du limbe. Sa « valeur de terrain » serait : $61,9605 - 8,8086 = 53,1519$ gon.

6.8.4 Calcul des points nouveaux

Après la détermination du G_{moyen} de station, on peut calculer des points nouveaux à partir de la connaissance de la distance réduite et de la lecture angulaire sur chacun de ces points nouveaux. Les lectures angulaires du tableau suivant sont réduites à la référence et corrigées des $d\alpha$.

N°	Points P_i	Distance D_r (m)	Lecture L_{sp} (gon)	Gisement SP G_{sp} (gon)	Coordonnées	
					E(m)	N(m)
1	80	3 000,460	0,000 0	61,960 5	985 071,59	3 156 930,76
2	81	2 164,600	156,625 6	218,586 1	981 967,99	3 153 169,71

Les distances données D_r sont réduites à la projection (voir chap. 4 § 7). Le résultat final est arrondi au centimètre, comme les données.

7 LE CERCLE VERTICAL : LECTURE D'ANGLES VERTICAUX

7.1 Conventions, notations

La lecture d'un angle vertical z , noté aussi V , est réalisée de la manière suivante.

Sur la figure 3.35-a, est représentée une vue en élévation du cercle vertical d'un théodolite en position de référence (cercle gauche). Nous avons vu au paragraphe 1.2. que ce cercle est solidaire de la lunette. Son zéro est placé sur l'axe de la lunette (visée). L'index de lecture est fixe et positionné à la verticale (zénith) du centre optique (t) de l'appareil, lui-même stationné à la verticale du point S. Lorsque la ligne de visée passe par un point M, l'index donne alors la lecture de l'angle z (ou V) intercepté sur le cercle vertical :

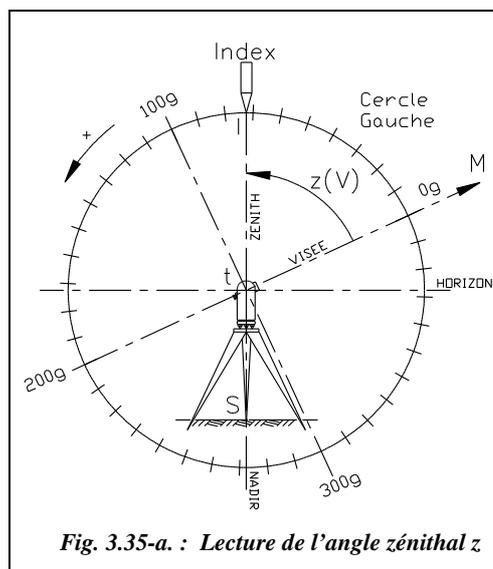


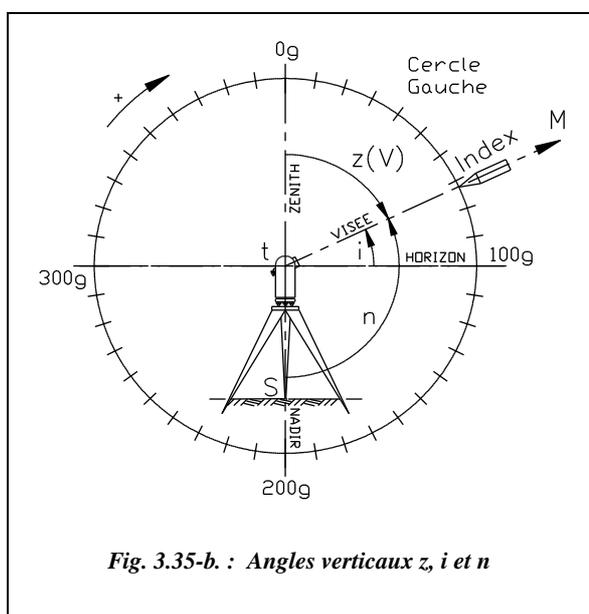
Fig. 3.35-a. : Lecture de l'angle zénithal z

$z = \text{angle}(tM, tI)$; z est appelé « angle zénithal » : c 'est un angle projeté dans le plan vertical du point de station.

Remarque

Pour que l'utilisateur obtienne un angle évoluant positivement en sens horaire, le cercle est supposé gradué en sens trigonométrique.

Pour simplifier le schéma de lecture d'un angle zénithal, on considère que le **zéro de la graduation est au zénith** lorsque l'appareil est en station.



On considère alors que tout se passe comme si le cercle vertical était fixe et que l'index de lecture se déplaçait avec la visée (fig. 3.35-b).

Ceci permet de faire apparaître plus clairement :

- l'angle de site i entre l'horizon et la visée ;
- l'angle nadiral n entre le nadir et la visée.

Les configurations des figures 3.35-a et 3.35-b correspondent à la position de référence de l'appareil utilisé : dans cette position (cercle à gauche ou bien à droite), l'angle z vaut 100 gon sur l'horizontale.

En position de référence, une rotation de la lunette de haut en bas donne une augmentation de l'angle z de 0 à 200 gon.

Après un double retournement, la même rotation donne une **évolution inversée** : les angles diminuent de 399 gon à 200 gon.

Le cercle à gauche de l'opérateur (CG) est la position de référence de la plupart des appareils optico-mécaniques classiques. Soit un point M visé au théodolite, on note généralement :

- V tout angle mesuré dans un plan vertical ;
- z angle zénithal ;
- i angle de site (par rapport à l'horizon) ;
- n angle nadiral (par rapport au nadir).

Pour la suite, nous avons préféré la notation **V pour les angles zénithaux** car l'angle V mesuré par les appareils modernes est toujours l'angle zénithal z . De plus, cela permet d'éviter la confusion avec les coordonnées notées Z .

Les relations entre ces angles sont : $n = 200 - V$ $i = 100 - V$ $100 = n - i$

L'angle i est compté **positif dans le sens inverse horaire** de manière à obtenir un angle de site positif pour une visée au-dessus de l'horizon et un angle de site négatif pour une visée en dessous de l'horizon.

L'angle n est compté positif en sens inverse horaire ; il vaut 0 au nadir et 200 au zénith.

7.2 Valeur moyenne d'un angle vertical par double retournement

Pour la suite, nous admettrons que la position de référence de notre appareil mécanique est le cercle à gauche (CG).

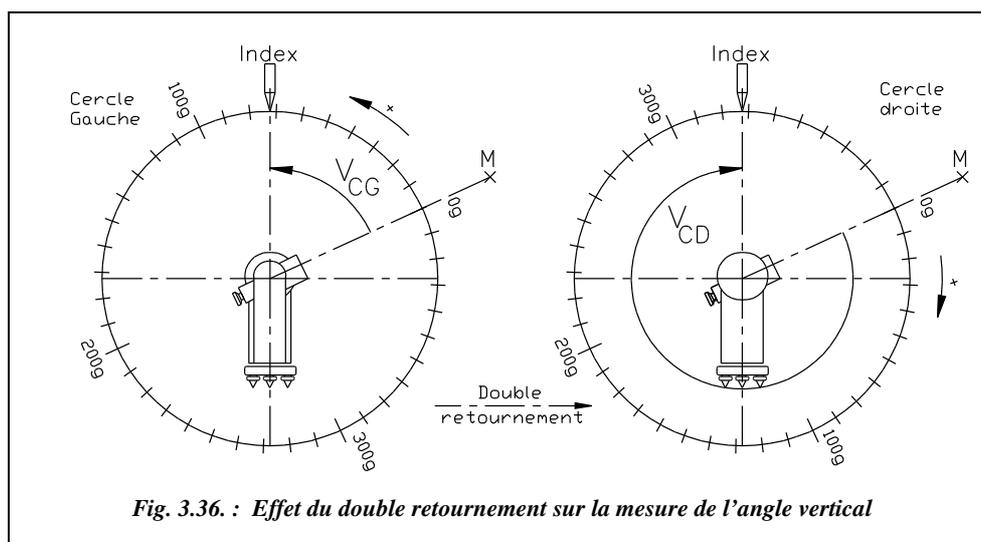


Fig. 3.36. : Effet du double retournement sur la mesure de l'angle vertical

Sur les schémas de la figure 3.36, on constate qu'après un double retournement le sens d'évolution de la graduation du cercle vertical est inversé. L'angle lu en cercle droit V_{CD} n'est donc pas « directement comparable » avec l'angle lu en cercle gauche V_{CG} , comme c'était le cas avec les angles horizontaux.

La relation entre les deux lectures est : $V_{CG} = 400 - V_{CD}$

L'angle final moyen déduit des deux lectures est : $V = \frac{V_{CG} + (400 - V_{CD})}{2}$

Remarque

- Si la précision des mesures ne nécessite qu'une lecture, elle sera faite en position de référence de manière à lire directement l'angle V . Dans ce cas, $V = V_{CG}$.
- Sur le terrain, on vérifie en permanence la cohérence de V_{CD} et V_{CG} pour limiter les fautes de lecture.
- On peut augmenter la précision de lecture en effectuant les lectures de l'angle V **sur les trois fils** (stadimétriques S' et S , niveleur N) : ceci minimise les erreurs de pointés et les risques de faute de lecture.

Exemple de lectures multiples

Fils CG / CD	CG (gon)	CD (gon)	Angle V moyen : [CG + (400 - CD)]/2
S'/S	92,1628	306,7532	92,7048
N/N	92,4800	307,0711	92,7045
S/S'	92,7973	307,3903	92,7035
Moyenne : (S'+S)/2	92,4801	307,0718	
S - S'	0,6345	0,6371	92,7043

Le tableau ci-dessus donne un exemple de lectures multiples.

On tient compte du fait que les fils s'inversent lors du double retournement : le fil stadimétrique supérieur S' en CG devient le fil inférieur en CD.

Les lectures en CD ont donc été inversées.

On peut contrôler la validité des lectures en faisant la moyenne $(S' + S)/2$ qui doit redonner une valeur voisine de N .

L'angle final V est la moyenne arithmétique des trois évaluations sur chaque fil.

Remarquez que l'écart angulaire entre les lectures S' et S doit être constant : il est fonction de l'optique de l'appareil (voir la **constante stadimétrique** au chapitre 5 § 1.2.6).

On peut évaluer cet écart : pour $K = 100$, $\tan(\alpha/2) \approx 1/200$, on a $\alpha \approx 0,6366$ gon.

7.3 Erreur d'index vertical

L'intérêt du **double retournement** est, comme pour les angles horizontaux, de limiter les fautes de lecture et d'éliminer certaines erreurs systématiques ou accidentelles (voir § 3). Dans le cas de mesure d'angles verticaux, le double retournement permet d'éliminer :

- l'**erreur d'excentricité** de l'axe optique par rapport à l'axe secondaire ;

- **l'erreur d'index de cercle vertical** : en effet, qu'il soit manuel (nivele d'index) ou automatique (compensateur), le dispositif des appareils modernes ne cale pas exactement le zéro (index de lecture) à la verticale du centre du cercle mais dans deux positions voisines symétriques par rapport à cette verticale ;
- **le défaut de tourillonnement** (non-perpendicularité de l'axe secondaire et de l'axe principal).

Sur les schémas de la figure 3.37, on suppose la présence d'une erreur angulaire V_0 de position de l'index du cercle vertical par rapport à la verticale du centre du cercle.

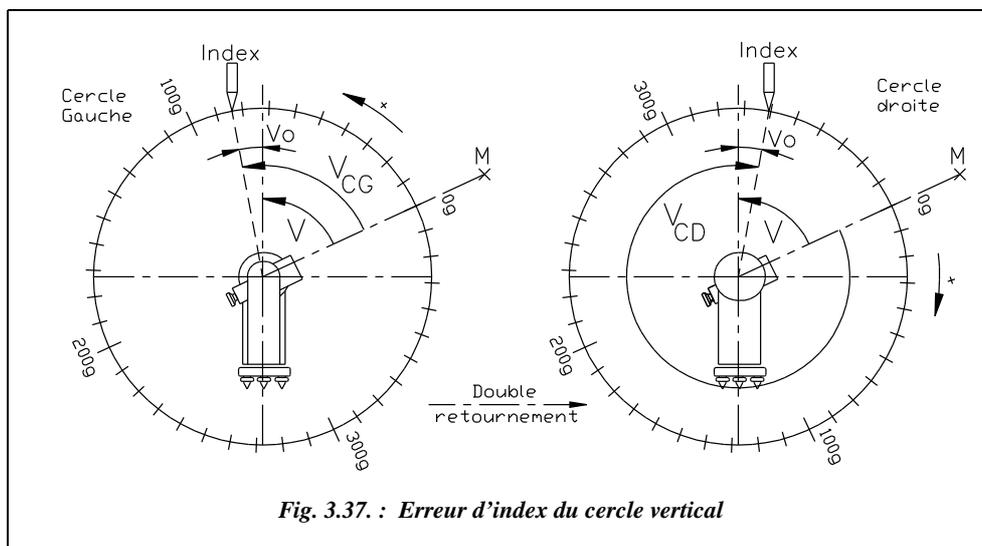


Fig. 3.37. : Erreur d'index du cercle vertical

Ce défaut est une **constante de l'appareil** qui peut varier. Il peut brusquement augmenter si la nivele d'index vertical est dérégulée ou si le compensateur est défaillant. Il convient donc de l'évaluer régulièrement et de vérifier qu'il est à peu près constant (aux erreurs de lecture près). Si l'on constate qu'il varie beaucoup d'une station à l'autre, c'est que le système de calage de l'index vertical est dérégulé.

En cercle gauche, l'opérateur lit V_{CG} , l'angle V cherché vaut $V = V_{CG} - V_0$.

En cercle droit, l'opérateur lit V_{CD} , l'angle V cherché vaut $V = 400 - V_{CD} + V_0$.

Si on fait la moyenne des deux valeurs, on retrouve $V = (V_{CG} + (400 - V_{CD}))/2$.

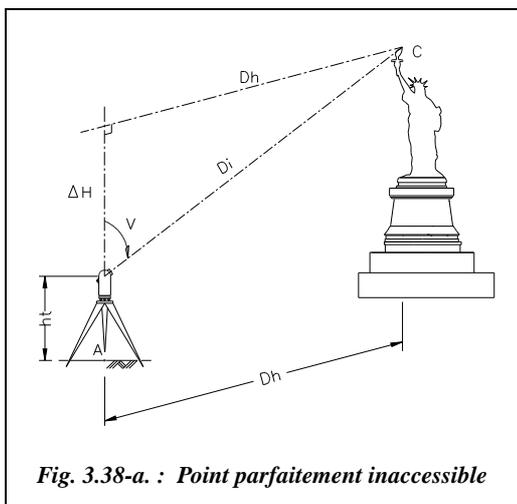
Si on soustrait les deux équations, on isole V_0 et on obtient
$$V_0 = \frac{(V_{CG} + V_{CD}) - 400}{2}$$

La valeur de V_0 trouvée est aussi entachée des erreurs de lecture, de pointé, etc., si bien qu'il est impossible de dire si c'est bien la valeur de V_0 seul que l'on mesure ainsi (sauf

dans le cas d'une faute grossière de calage ou dans le cas d'un dérèglement du système de calage manuel ou automatique de l'index vertical).

Grâce au double retournement, on arrive donc à éliminer certaines erreurs et en particulier l'erreur d'index vertical. Sur les appareils de bas de gamme qui ne disposent pas d'un dispositif de calage précis de l'index vertical (manuel ou automatique), cette moyenne des lectures CG et CD permet d'améliorer la précision de mesure de V .

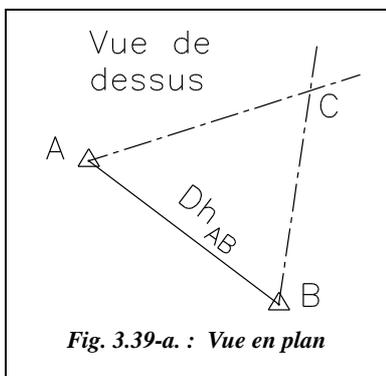
7.4 Application



On cherche à connaître l'altitude d'un point inaccessible C connaissant seulement l'altitude d'un point proche A qui servira de référence. Si l'on peut mesurer la distance horizontale AC, on peut calculer la dénivellation de A vers C en mesurant l'angle V lu de A sur C et la hauteur de l'axe des tourillons ht (fig. 3.38-a).

L'altitude est donnée par :

$$\Delta H = Dh \cdot \cot V$$



Une solution pour obtenir la distance horizontale Dh est de créer une base AB par adjonction d'un deuxième point B, de mesurer cette base et de mesurer les angles horizontaux CBA et CAB. Ceci permet de résoudre le triangle ABC et donc de calculer les distances horizontales AC et BC (fig. 3.39-a). L'altitude de C est alors :

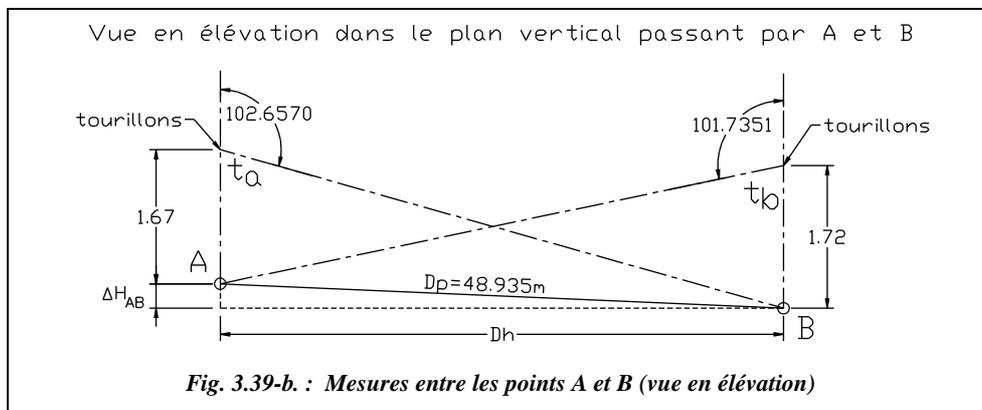
$$H_C = H_A + ht + \frac{Dh}{\tan V}$$

On peut aussi calculer l'altitude de C deux fois : une première fois depuis A et une seconde depuis B

et ainsi contrôler les résultats. Pour cela, il faut déterminer l'altitude de B et ne pas oublier de mesurer la hauteur des tourillons ht à chaque station.

L'altitude du point A est donnée par $H_A = 5,32$ m et les mesures sur le terrain sont données dans le tableau ci-après :

Pt visé	Di m	Angles verticaux				Angles horizontaux			
		V _{CG} gon	V _{CD} gon	V _o mgon	V gon	H _{ZCG} gon	H _{ZCD} gon	Écart mgon	H _Z gon
Station A		ht = 1,67 m							
C		57,8547	342,1469	0,8	57,8539	12,3232	212,3224	-0,8	12,3228
B	48,93	102,6576	297,3436	0,6	102,6570	81,1242	281,1253	1,1	81,1248
Station B		ht = 1,72 m							
A	48,94	101,7354	298,2652	0,3	101,7351	3,1245	203,1237	-0,8	3,1241
C		56,4887	343,5123	0,5	56,4882	76,6445	276,6468	2,3	76,6457



La distance D_p est mesurée au ruban suivant la pente de A vers B.

Le détail des calculs est le suivant :

- on détermine la **distance horizontale AB** (D_p moyenne = 48,935 m).

Dans le triangle ABt_a on obtient l'angle vertical que l'on aurait eu si le théodolite avait été stationné avec son axe des tourillons en A : 100,4859 gon.

On en déduit la distance horizontale et la dénivelée de A vers B :

$$D_h = 48,935 \cdot \sin(100,4859) = 48,934 \text{ m}$$

$$\Delta H = 48,935 \cdot \cos(100,4859) = -0,373 \text{ m}$$

Dans le triangle ABt_b on obtient de même : 99,4978 gon.

On en déduit la distance horizontale et la dénivelée de B vers A :

$$D_h = 48,935 \cdot \sin(99,4978) = 48,933 \text{ m}$$

$$\Delta H = 48,935 \cdot \cos(99,4978) = 0,386 \text{ m}$$

On prend comme valeur moyenne : $Dh = 48,934$ m et $\Delta H_{A \rightarrow B} = -0,380$ m.

On en déduit l'altitude de B : $H_B = 5,32 - 0,380 = 4,94$ m.

Remarque

Dans ce cas, d'une part, la dénivelée étant petite par rapport à la distance entre les deux points, et d'autre part, la précision finale cherchée étant de l'ordre du cm, il était possible de prendre directement $Dh = Dp$.

- La résolution du triangle horizontal ABC donne les angles A, B et C :

$$\text{Angle en A} \quad 81,1248 - 12,3228 = 68,8020 \text{ gon}$$

$$\text{Angle en B} \quad 76,6457 - 3,1241 = 73,5216 \text{ gon}$$

$$\text{Angle en C} \quad 200 - 68,8020 - 73,5216 = 57,6764 \text{ gon}$$

- Les distances horizontales AC et BC sont :

$$AC = 48,934 / \sin(57,6764) \cdot \sin(73,5216) = 56,875 \text{ m}$$

$$BC = 48,934 / \sin(57,6764) \cdot \sin(68,8020) = 54,858 \text{ m}$$

- L'altitude de C depuis A est :

$$H_C = 5,32 + 1,67 + 56,875 / \tan(57,8539) = 51,316 \text{ m}$$

- L'altitude de C depuis B est :

$$H_C = 4,94 + 1,72 + 54,858 / \tan(56,4882) = 51,338 \text{ m}$$

L'altitude du point C est donc :

$$H_C = 51,33 \text{ m} \pm 1 \text{ cm (hauteur d'environ 46 m pour « Miss Liberty »).$$



Excel 7

Ces calculs peuvent aussi être effectués à l'aide du tableau PTINAC.XLS du cédérom de l'ouvrage.