CHAPITRE 9 :

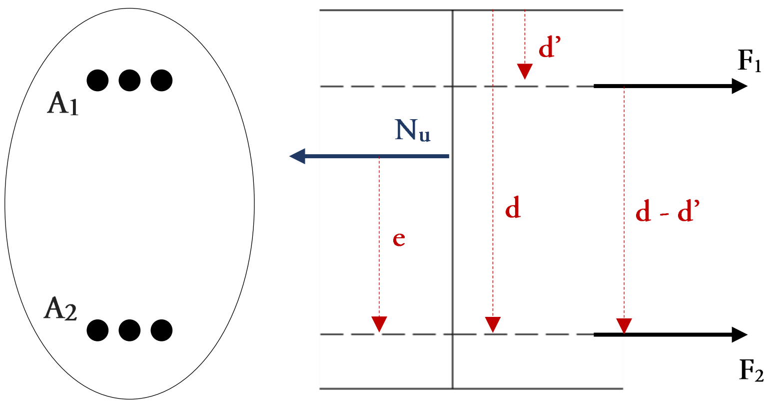
FLEXION COMPOSÉE – SECTION RECTANGULAIRE

4) Définitions

Flexion composée : État de sollicitation d'une section soumise simultanément à un moment fléchissant, à un effort tranchant et à un effort normal de compression ou de traction.

5) Section entièrement tendue (tirant)

On considère une section de forme quelconque comportant deux nappes d'armatures :



La section est entièrement tendue si elle est soumise à un effort N appliqué entre les armatures.

La détermination de l'aire des armatures peut être effectuée en considérant un diagramme des déformations quelconque, mais la solution la plus économique est obtenue avec celui qui correspond à un allongement relatif de 10‰ de toutes les fibres de la section.

On a :

$$F_1 = A_1 . f_e/\gamma_s$$

$$F_2 = A_2 . f_e/\gamma_s$$

$$F_1 + F_2 = N_u$$

Équilibre des moments par rapport au centre de gravité des armature inférieures :

$$N_u . e = F_1 (d - d') = A_1 . f_e/\gamma_s (d - d')$$

D'où :

$$\boxed{A_1 = \frac{N_u . e}{(d-d') . f_e/\gamma_s}}$$

Équilibre des moments par rapport au centre de gravité des armature supérieures :

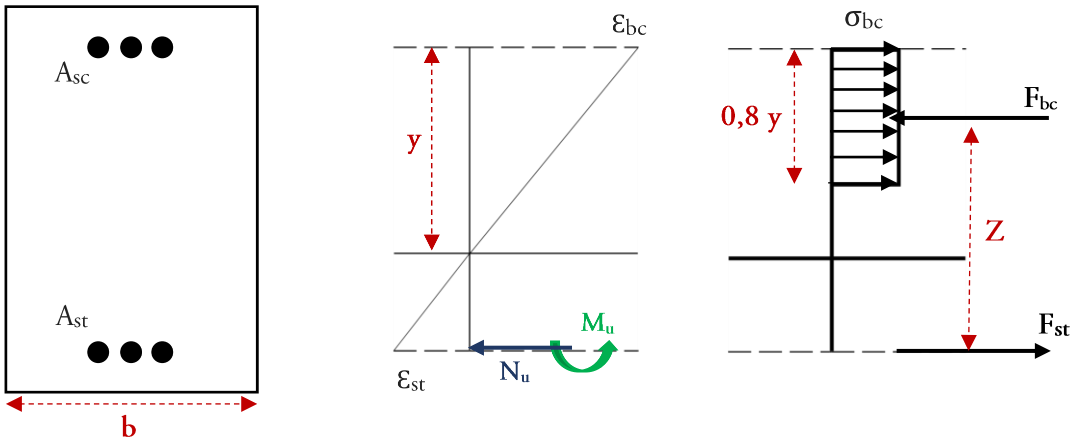
$$N_u \cdot (d - d') - N_u \cdot e = F_2\,(d - d') = A_2 \cdot {}^{f_e}/_{\gamma_s}\,(d - d')$$

D'où :

$$\boxed{A_2 = \frac{N_u}{f_e/\gamma_s} \cdot \frac{(d-d'-e)}{(d-d')}}$$

6) <u>Section partiellement comprimée</u>

On considère une section rectangulaire soumise à un effort normal ultime N_u compté **positif pour la compression**, **négatif pour la traction**, et à un moment fléchissant ultime **M_u calculé au niveau de l'armature inférieure :**



Les moments étant calculés au niveau de l'armature inférieure, l'équation qui exprime leur équilibre est identique à celle de la flexion simple :

$$M_U = F_{bc} * Z = 0{,}8 * b * y * (d - 0{,}4.y) * \sigma_{bc}$$

➢ 1[er] cas : $M_U \leq M_{AB}$

Le diagramme des déformations est situé dans le domaine (1), le pivot est A.

- Équilibre des efforts : $N_u = F_{bc} + F_{st}$

  $F_{bc} = 0{,}8 * y * b * \sigma_{bc}$

  $F_{st} = A_{st} \cdot \frac{f_e}{\gamma_s}$

- Équilibre des moments : $M_u = F_{bc} * Z$

  $M_U = 0{,}8\,\alpha * (1 - 0{,}4\,\alpha) * b.d^2.\sigma_{bc}$

$$\mu = \frac{M_U}{b.d^2.\sigma_{bc}}$$

$$\alpha = 1{,}25 * (1 - \sqrt{1 - 2 * \mu})$$

$$Z = d * (1 - 0{,}4\ \alpha)$$

D'où : $N_u = \frac{M_U}{Z} - A_{st} \cdot {f_e}/{\gamma_s}$

Soit :

$$\boxed{A_{st} = \left[\ \frac{M_u}{Z} - N_u\ \right] \cdot \frac{\gamma_s}{f_e}}$$

- **2ème cas :** $M_U > M_{AB}$

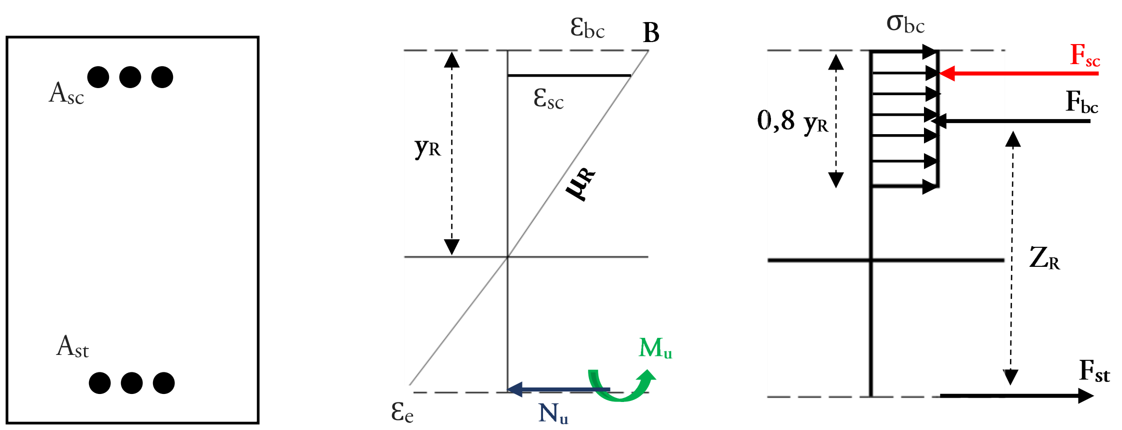
Le diagramme des déformations est situé dans le domaine (2), le pivot est B ($\varepsilon_{bc} = 3{,}5 * 10^{-3}$).

$$\mu = \frac{M_U}{b.d^2.\sigma_{bc}} = 0{,}8 * \alpha * (1 - 0{,}4 * \alpha)$$

- Si $\mu < \mu_R$:
  Il n'est pas nécessaire de prévoir d'armatures comprimées, le calcul est identique à celui du 1er cas :

$$\boxed{A_{st} = \left[\ \frac{M_u}{Z} - N_u\ \right] \cdot \frac{\gamma_s}{f_e}}$$

- Si $\mu_R \leq \mu$:
  Dans ce cas on est ramené à l'étude d'une section avec armatures comprimées calculée en flexion simple :



Alors : $\varepsilon_{sc} = (3{,}5 * 10^{-3} + \varepsilon_e).(\frac{d-d'}{d}) - \varepsilon_e$

$$M_R = 0{,}8\,\alpha_R * (1 - 0{,}4\,\alpha_R) * b.d^2.\sigma_{bc}$$

$$Z_R = d * (1 - 0{,}4\,\alpha_R)$$

- Équilibre des moments : $M_u = F_{bc} * Z_R + F_{sc}\,(d - d')$

  $M_u = M_R + A_{st}\,.\,\sigma_{sc}\,(d - d')$

Soit :

$$\boxed{A_{sc} = \frac{M_u - M_R}{(d - d')\,.\sigma_{sc}}}$$

- Équilibre des efforts : $N_u = F_{bc} + F_{sc} - F_{st}$

  $N_u = \frac{M_R}{Z_R} + \frac{M_U - M_R}{(d-d')} - A_{st}\,.\,{}^{f_e}/_{\gamma_s}$

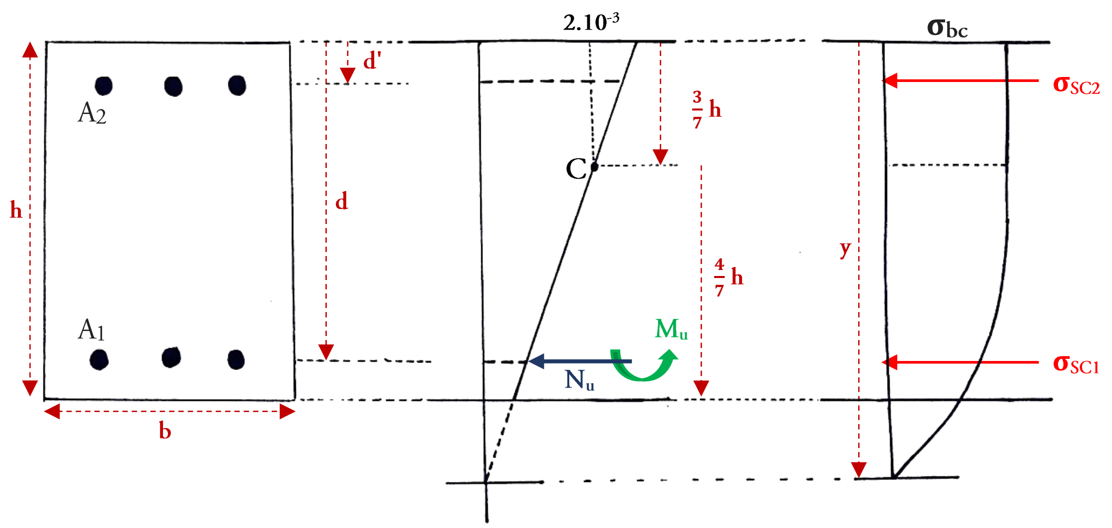
Donc :

$$\boxed{A_{st} = \left[\frac{M_R}{Z_R} + \frac{M_u - M_R}{(d-d')} - N_u\right].\frac{1}{f_e/\gamma_s}}$$

Dans le cas où cette section A_{st} donnée par la relation précédente est négative, cette section sera prise nulle, la valeur de A_{sc} restant inchangée.

7) Section entièrement comprimée

On considère une section rectangulaire comportant une armature inférieure A_1 et une armature supérieure A_2, soumise à un effort de compression N_U et à un moment fléchissant M_U **évalué au niveau de l'armature inférieure.**



La section est entièrement comprimée si M_U et N_U vérifient la relation :

$$\boxed{(d - d') \cdot N_U - M_U > (0{,}337 - 0{,}81 \cdot \frac{d'}{h}) \cdot b \cdot h^2 \cdot \sigma_{bc}}$$

a. **Efforts équilibrés par le béton :**

Soit N_b et M_b les efforts équilibrés par le béton, calculés au niveau de l'armature inférieure.

On doit utiliser dans ce cas le diagramme parabole-rectangle qui fournit les relations suivantes :

$$\begin{cases} \dfrac{N_b}{b.h.\sigma_{bc}} = 1 - \chi \\ \dfrac{M_b}{b.h^2.\sigma_{bc}} = \dfrac{d}{h} - 0{,}5 + \chi \left(\dfrac{6}{7} - \dfrac{d}{h}\right) \end{cases}$$

Avec : $\chi = \dfrac{3{,}05}{(7 \cdot \frac{y}{h} - 3)^2}$

La valeur de « χ » est comprise entre **0** ($y = \infty$) et **0,19** ($y = h$).

b. **Calcul de la section des armatures :**

2 cas sont possibles :

- 1er cas : $(d - d') \cdot N_U - M_U \geq (0{,}5 \cdot h - d') \cdot b \cdot h \cdot \sigma_{bc}$

Dans ce cas toutes les fibres ont un raccourcissement de 2‰, la contrainte correspondante de l'acier est alors : f_e / γ_s

D'où : $N_b = b.h.\sigma_{bc}$

$M_b = (d - \frac{h}{2}) \cdot b.h.\sigma_{bc}$

Ainsi, à partir des deux équations d'équilibre suivantes :

$M_U = M_b + (d - d') \cdot A_2 \cdot f_e/\gamma_s$

$N_U = N_b + (A_1 + A_2) \cdot f_e/\gamma_s$

On déduit la section des armatures :

$$A_2 = \frac{M_u - (d - 0{,}5\,h).b.h.\sigma_{bc}}{(d - d') \cdot f_e/\gamma_s}$$

$$A_1 = \frac{N_u - .b.h.\sigma_{bc}}{f_e/\gamma_s} - A_2$$

➢ 2ème cas : $(0{,}337.h - 0{,}81.d').b.h.\sigma_{bc} \leq (d - d').N_U - M_U < (0{,}5.h - d').b.h.\sigma_{bc}$

Dans ce cas il est possible d'équilibrer les efforts sans disposer d'armatures comprimées.

En appelant σ_{sc2} la contrainte de l'armature supérieure, l'équilibre s'écrit :

$$M_U = M_b + (d - d').A_2.\sigma_{sc2}$$

$$N_U = N_b + A_2.\sigma_{sc2}$$

On pose :

$$\Psi = \frac{0{,}3571 + \frac{N_u.(d-d') - M_u}{b.h^2.\sigma_{bc}}}{0{,}8571 - \frac{d'}{h}}$$

Le raccourcissement de l'armature supérieure est alors donné par la relation :

$$1000\,\varepsilon_{sc2} = 2 + (3{,}437 - 8{,}019\,\frac{d'}{h}).\sqrt{1-\Psi}$$

D'où : $\sigma_{sc2} = fct\,(\varepsilon_{sc2})$

La section des armatures est alors donnée par :

$$A_1 = 0$$

$$A_2 = \frac{N_u - \Psi.b.h.\sigma_{bc}}{\sigma_{sc2}}$$